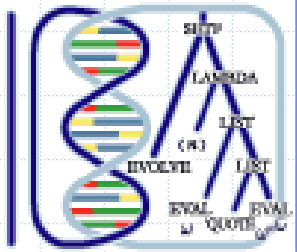
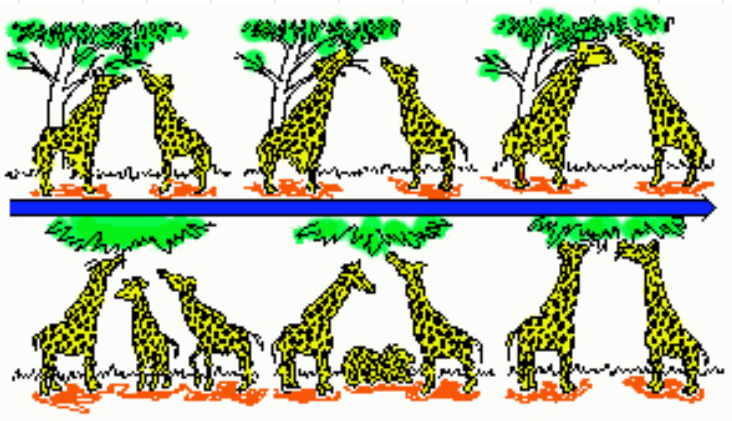


セルラ・オートマトン

東京大学大学院
工学系研究科
電気系工学専攻
伊庭斉志

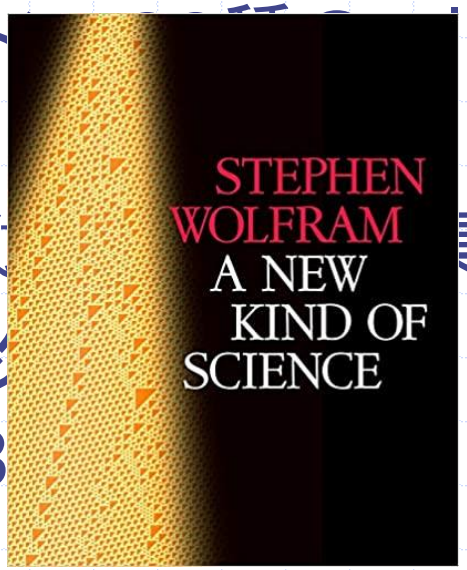


iba lab.

ライフゲームとセルラ･オートマトン

- Cellular Automaton: CA法
- 1946年頃：von Neumann
  - 自己複製オートマト ls
  - 没して続かず。。。
- Burksバークス：
- S.ウルフラム：　1
  - Mathematica (198
  - 離散力学系

1903年-1957年



1197ページ！！

17歳でオックスフォード大学入学
20歳でカリフォルニア工科大学Ph.D.(理論物理学)　1959年-

Langtonの自己複製ループ

- Swarm demo

- 219個の遷移規則
- 8状態5近傍の2次元CA
  - 状態0:何もない背景部分　black
  - 状態1:信号の伝達通路　red
  - 状態2:伝達通路の被覆部分　green
  - 状態4から7:伝達される信号　red

Langtonの自己複製ループ

表 9.8　自己増殖ループの遷移規則

0	0000	0	0	0001	2	0	0002	0	0	0003	0	0	0005	0
0	0006	3	0	0007	1	0	0011	2	0	0012	2	0	0013	2
0	0021	2	0	0022	0	0	0023	0	0	0026	2	0	0027	2
0	0032	0	0	0052	5	0	0062	2	0	0072	2	0	0102	2
0	0112	0	0	0202	0	0	0203	0	0	0205	0	0	0212	5
0	0222	0	0	0232	2	0	0522	2	0	1232	1	0	1242	1
0	1252	5	0	1262	1	0	1272	1	0	1275	1	0	1422	1
0	1432	1	0	1442	1	0	1472	1	0	1625	1	0	1722	1
0	1725	5	0	1752	1	0	1762	1	0	1772	1	0	2527	1
1	0001	1	1	0006	1	1	0007	7	7	0272	0	1	0012	1
1	0021	1	1	0024	4	1	0027	7				1	0101	1
1	0111	1	1	0124	4	1	0127	7	1	0202	6	1	0212	1
1	0221	1	1	0224	4	1	0226	3	1	0227	7	1	0232	7
1	0242	4	1	0262	6	1	0264	4	1	0267	7	1	0271	0
1	0272	7	1	0542	7	1	1112	1	1	1122	1	1	1124	4
1	1125	1	1	1126	1	1								
1	1222	1	1	1224	4	1								
1	1242	4	1	1262	1	1								
1	2227	7	1	2243	4	1								
1	2425	5	1	2426	7	1								
2	0004	2	2	0007	1	2								
2	0022	2	2	0023	2	2								
2	0027	2	2	0032	6	2	0042	3	2	0051	7	2	0052	2
2	0057	5	2	0072	2	2	0102	2	2	0112	2	2	0122	2

0	2	7	2
272	770	272	077
7	2	0	2

8状態5近傍の2次元CA

- 状態0：何もない背景部分　black
- 状態1：信号の伝達通路　red
- 状態2：伝達通路の被覆部分　green
- 状態4から7：伝達される信号　red

自己増殖と進化

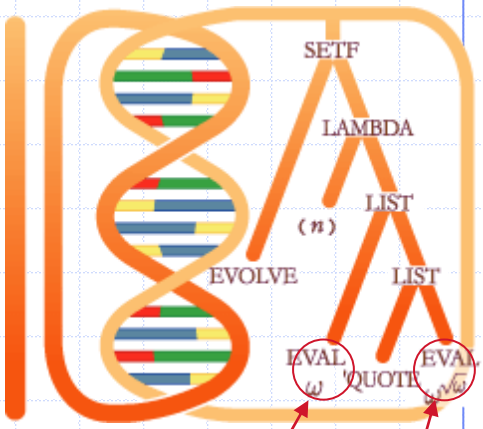
- Evolution（進化）＝

  Reproduction ＋ Variation ＋ Selection

  自己増殖　＋変容　＋選択

- 自己増殖、自己複製@コンピュータ
  - ウィルス
  - 自分で自分をコピーするプログラム

自己増殖



- 自分自身のコードをはくプログラム

```
bash-3.1$
```

```
((lambda (x) (list x (list 'quote x))) '(lambda (x) (list x (list 'quote x))))
```

ライフゲーム

- 1970年代：　数学者コンウェイ（英、ケンブリッジ）

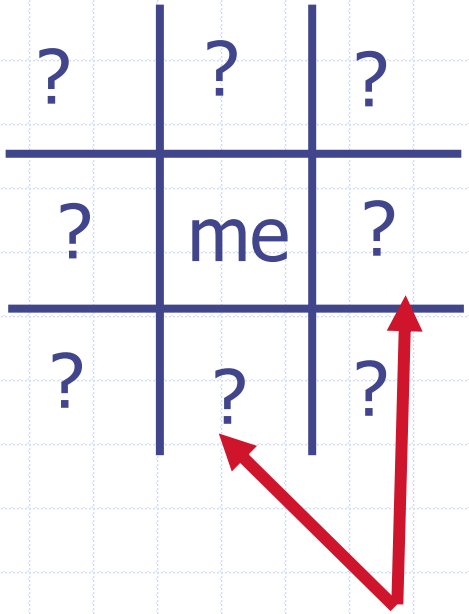
（John Horton Conway,
1937年12月26日 - 2020年4月11日）

- ハッカーの社会問題化
  - 1974年　Times

ライフゲームのルール

- ムーア近傍

現在	条件: 近傍のONの数
ON	3 → ON 2 → ON 他 → OFF
OFF	3 → ON 他 → OFF

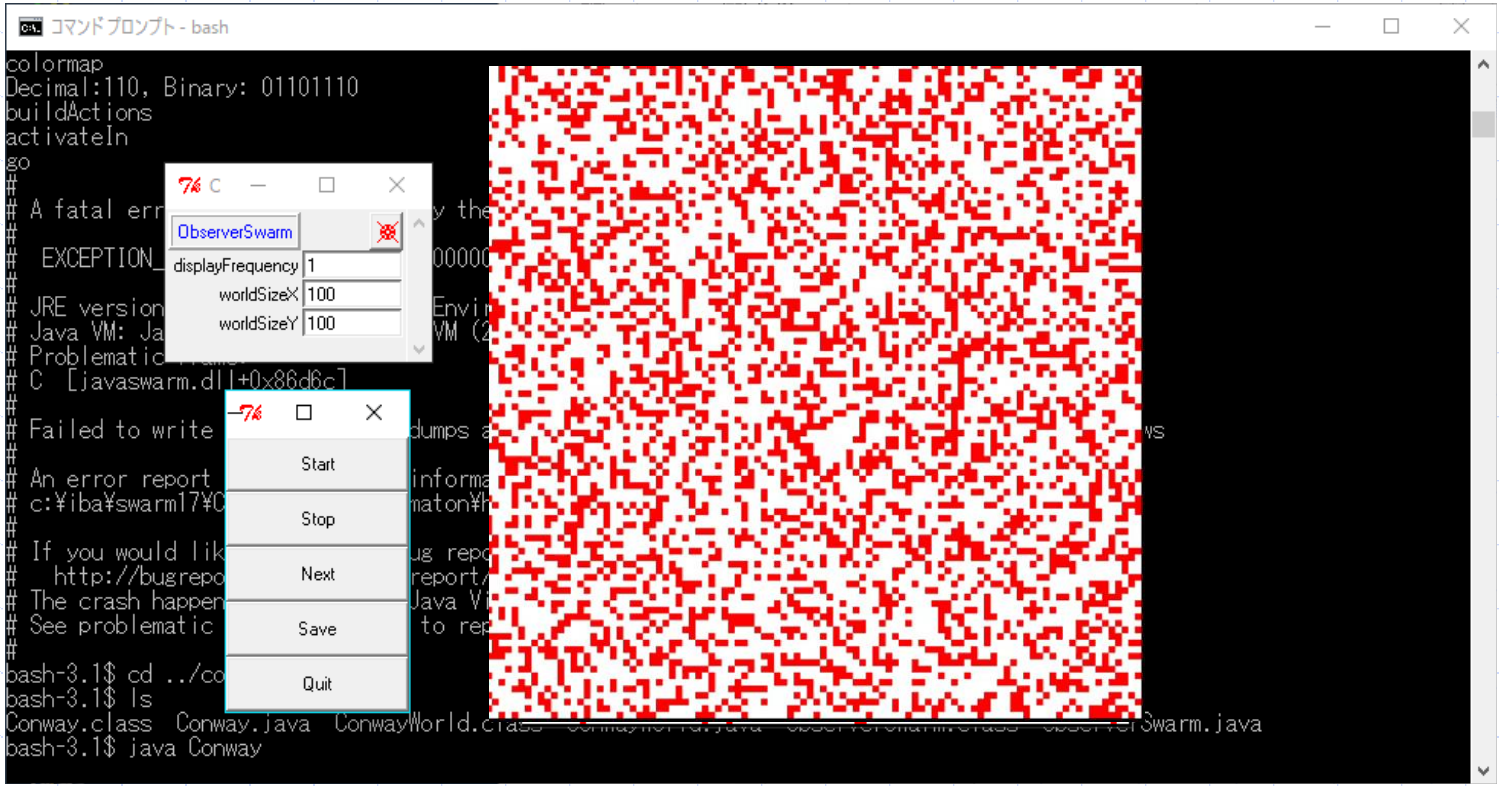


ON 1 :黒

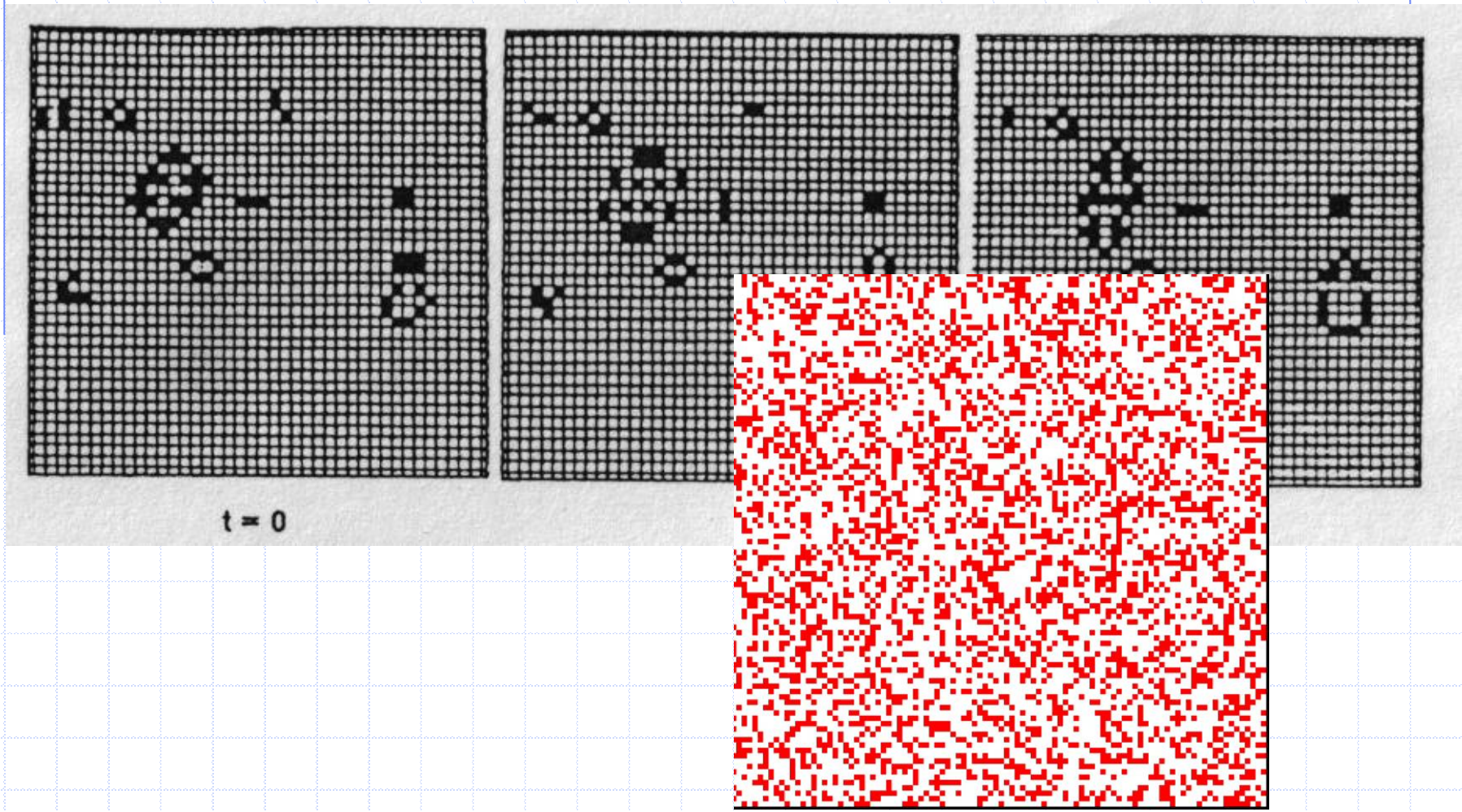
OFF0 : 白

ライフゲーム

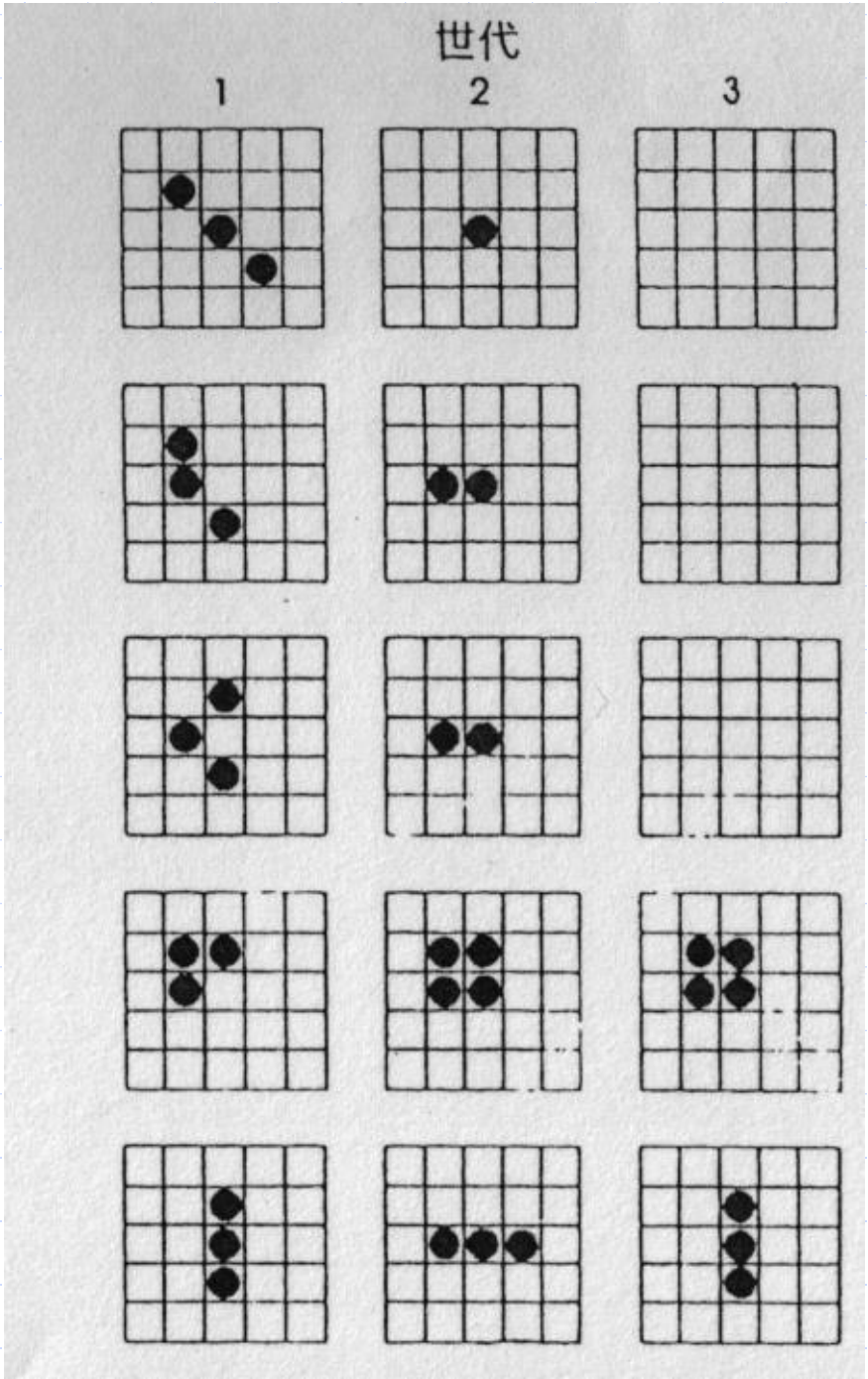
- Swarm demo



典型的なライフゲームの推移



3セル

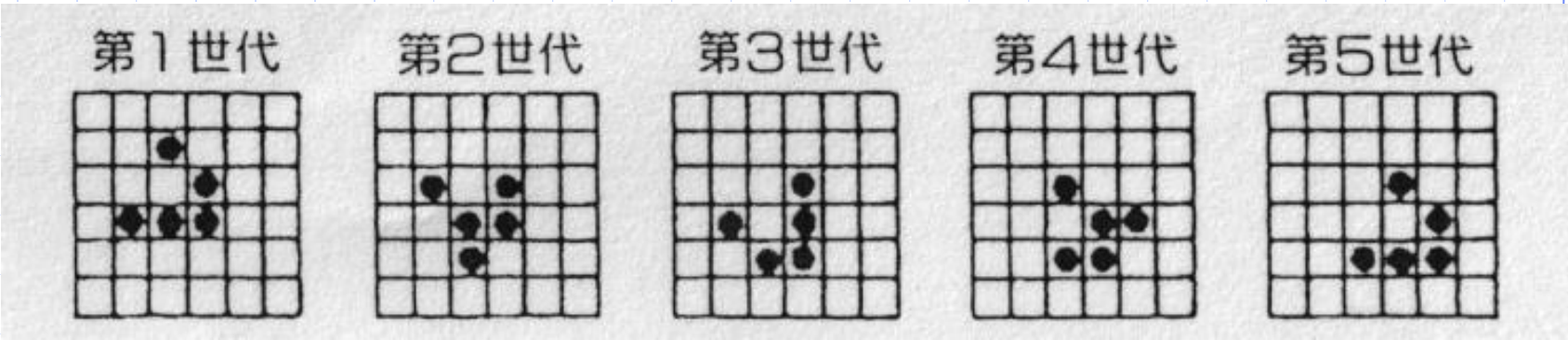


消滅

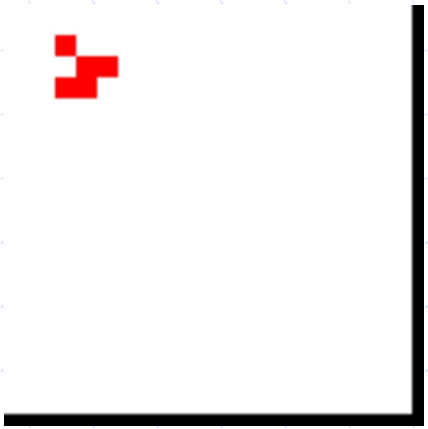
ブロック
（安定）

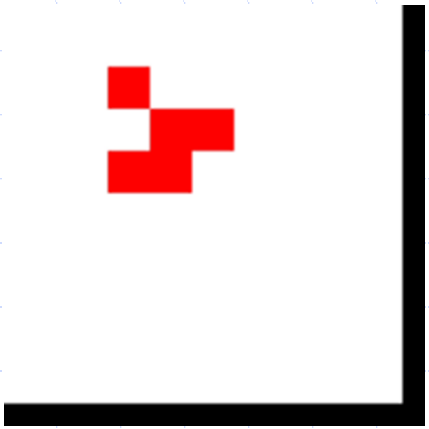
ブリンカー

グライダー



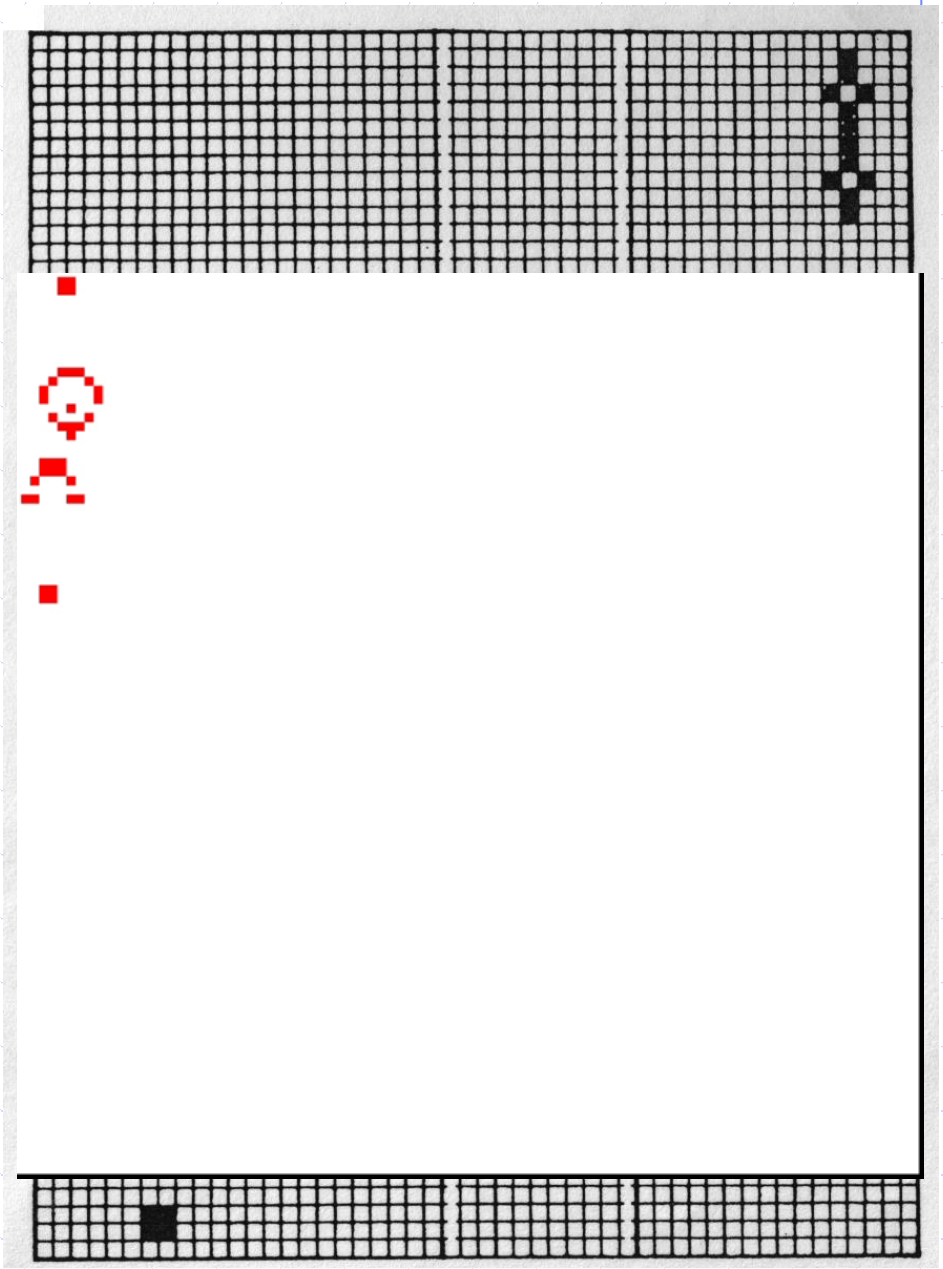
５世代で右下へ移動する





グライダーガン

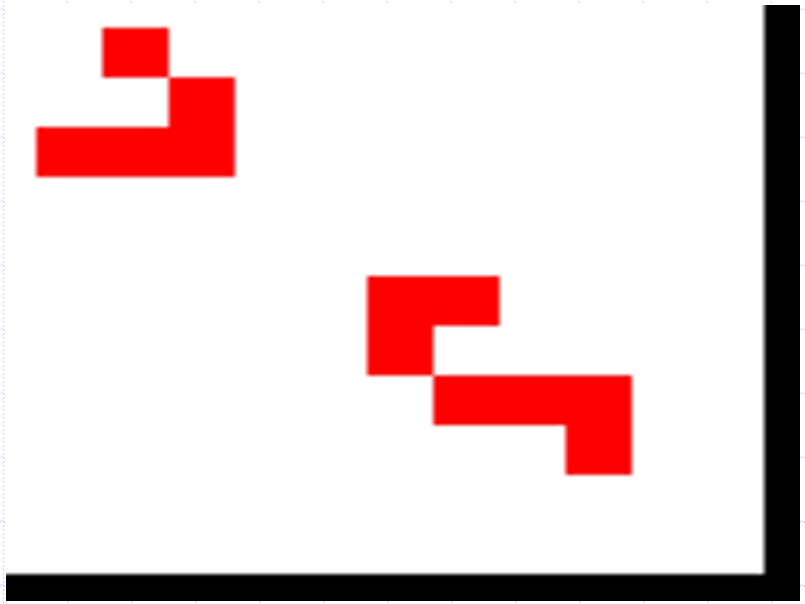
- グライダーの発射装置



グライダーガンとイータ

Glidergun → → → → → Eater

glider



ライフゲームによる自己組織化

- 万能チューリングマシン
  - 数値:ブロック
  - AND, OR, NOT
- どのくらいの大きさが必要か？
  - 約10^{14}のセル
  - 1pixel=$1mm^2$ → $3km^2$!!

ゲームのルール

- 1次元のセルオートマトン
- ルールはいろいろと考えられる

- $a^{i}_{t+1}=F(a^{i-r}_{t}, a^{i-r+1}_{t},\ldots, a^{i}_{t},\ldots, a^{i+r-1}_{t}, a^{i+r}_{t})$

自分

ゲームのルール(3)

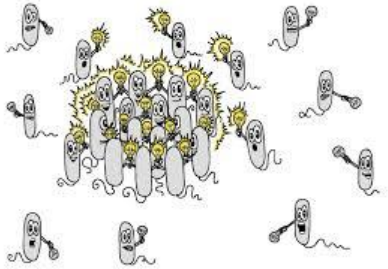
- r=1
  - $a^{i}_{t+1} = a^{i-1}_{t} + a^{i+1}_{t} \pmod 2$
- t : 0010011010101100
- t+1 : *1011010000111*

多数決ルールの進化

- 1（0）の数が多ければすべて1（0）となる
- 例:　1011010 → 1111111
- 　　0001100 → 0

どのような2状態、半径r≧1のCAでも完全に解くことはできない

- 多数決ルールを作れるか？？？
  - GA, GP. . . Challenging problem!!



- Quorum sensing現象
  - 一部の真正細菌で、数がある閾値に達したときに同種の他のバクテリアと協同して活動を行う現象

多数決ルールの進化

- 長さ149、半径3の多数決問題
- 2^2^7の探索空間

表 7.3　多数決問題の成績

規則	成績	テスト数
GKL	81.6%	10^6
Davis	81.8%	10^6
Das	82.178%	10^7
GA	76.9%	10^6
GP	82.326%	10^7

GKLルール

- Gaks-Kurdyumov-Levin rule
- 最良アルゴリズムの1つ

$$c_i(t+1) = \text{majority}\{c_i(t), c_{i-1}(t), c_{i-3}(t)\}, \quad c_i(t) = 0 \text{ の時,}$$

$$c_i(t+1) = \text{majority}\{c_i(t), c_{i+1}(t), c_{i+3}(t)\}, \quad c_i(t) = 1 \text{ の時.}$$

- 局所領域の密度が分類され、これらの領域が時間とともに拡大する
- 0と1が等しい密度となる領域があると、より広い規模を考慮するように、チェッカーボード状または白黒の境界上の信号が伝達される

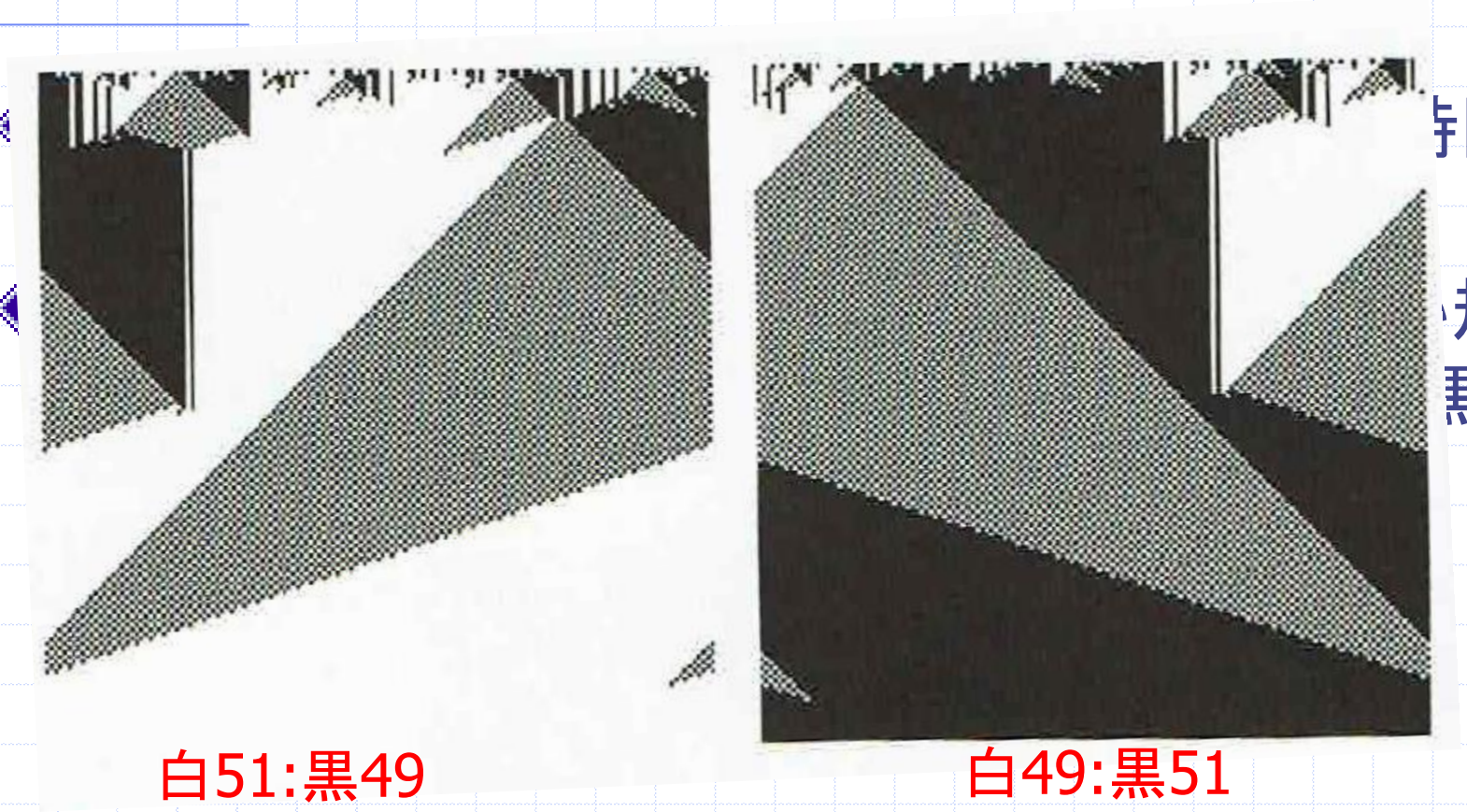
GKLルール

$$c_i(t+1) = \text{majority}\{c_i(t), c_{i-1}(t), c_{i-3}(t)\}, \quad c_i(t) = 0 \text{ の時},$$
$$c_i(t+1) = \text{majority}\{c_i(t), c_{i+1}(t), c_{i+3}(t)\}, \quad c_i(t) = 1 \text{ の時}.$$

時間と

規模

黒の



白51:黒49

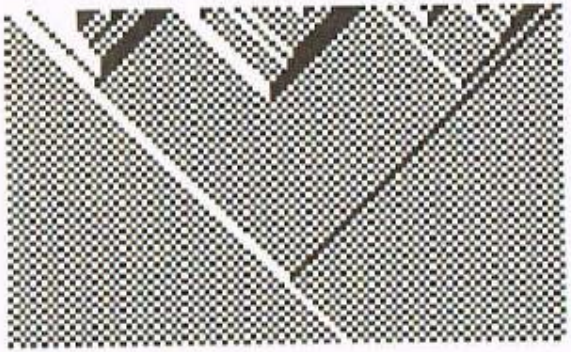
白49:黒51

初期状態が、臨界密度（0.5）から離れていると
有効だか、0.5に近いと30%の確率で失敗する

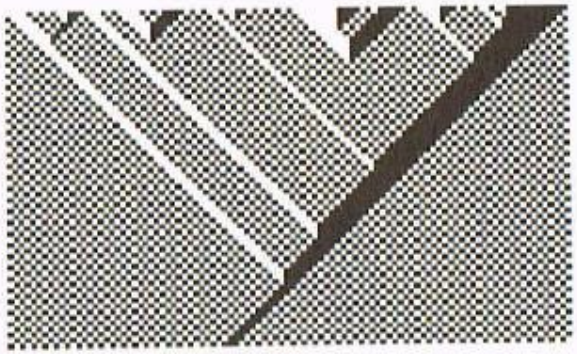
例： RULE 184

$$c_i(t+1) = \begin{cases} c_{i-1}(t), & c_i(t) = 0 \text{ の時}, \\ c_{i+1}(t), & c_i(t) = 1 \text{ の時}. \end{cases}$$

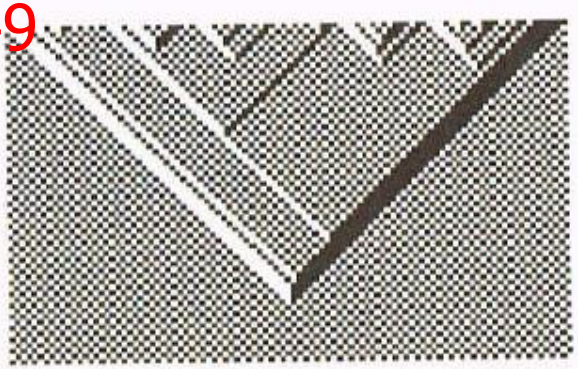
- 1の密度が0.5より大きいなら、[N/2]ステップまでに2つ以上の状態1のセルから構成される単一、あるいは複数のブロックが現
- が繰り
- ク内
- 返しと
- 同じ



白51:黒49



白49:黒51



白50:黒50

多数決ルールの進化

- 長さ149、半径3の多数決問題
- 2^2^7の探索空間

表 7.3　多数決問題の成績

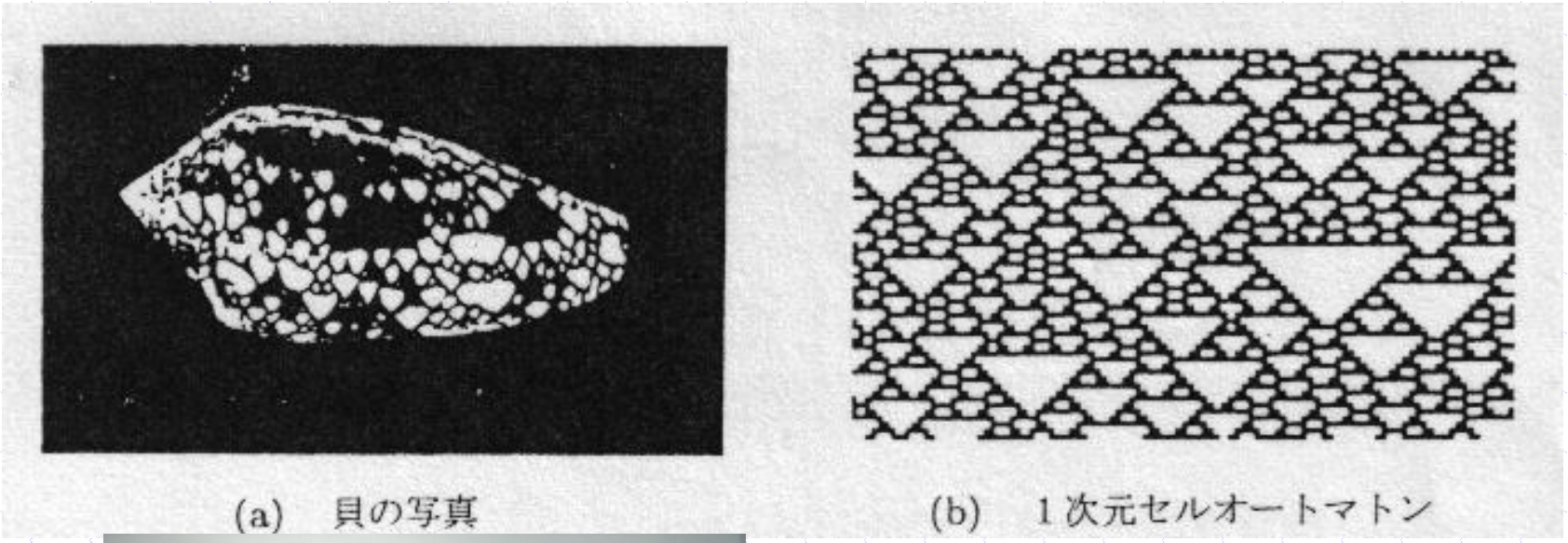
規則	成績	テスト数
GKL	81.6%	10^6
Davis	81.8%	10^6
Das	82.178%	10^7
GA	76.9%	10^6
GP	82.326%	10^7

多数決ルールの進化

- ルールの例

規則名 (年)	推移ルール
GKL(1978)	00000000 01011111 00000000 01011111 00000000 01011111 00000000 01011111 00000000 01011111 11111111 01011111 00000000 01011111 11111111 01011111
Davis(1995)	00000000 00101111 00000011 01011111 00000000 00011111 11001111 00011111 00000000 00101111 11111100 01011111 00000000 00011111 11111111 00011111
Das(1995)	00000111 00000000 00000111 11111111 00001111 00000000 00001111 11111111 00001111 00000000 00000111 11111111 00001111 00110001 00001111 11111111
GP(1995)	00000101 00000000 01010101 00000101 00000101 00000000 01010101 00000101 01010101 11111111 01010101 11111111 01010101 11111111 01010101 11111111

貝の模様と1次元CA



(a)　貝の写真　　(b)　1次元セルオートマトン

オーム貝、

（アンボ）イモ貝、

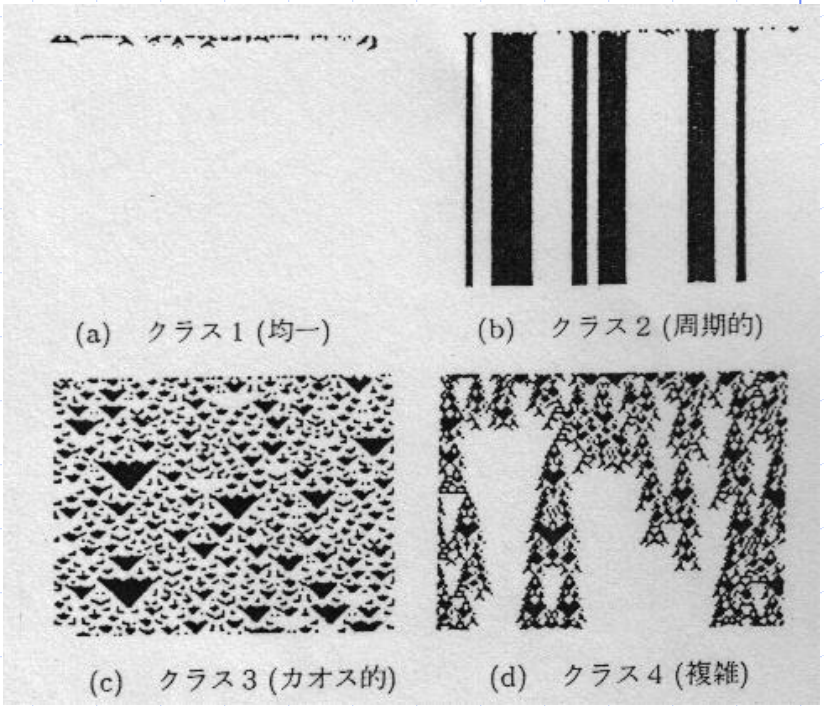
スイジ貝、

タケコノ貝

CAの分類

- S. ウルフラム

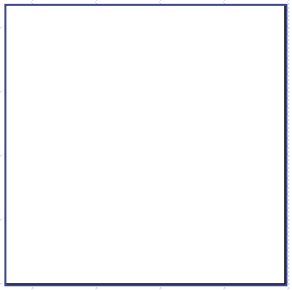
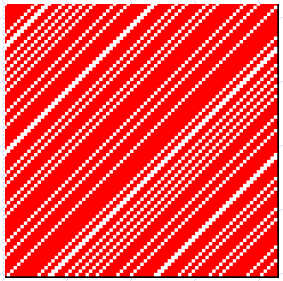
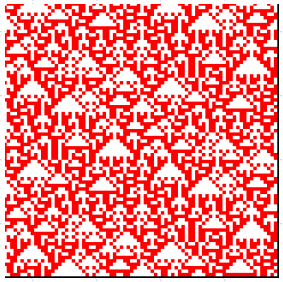
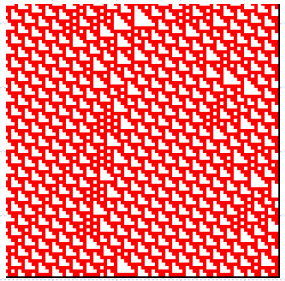
- Class 1：均一的： 全て白か黒
- Class 2：縞模様： 周期的
- Class 3：非周期的： カオス
- Class 4：予測不可：
  - 周期←→非周期の繰り返し
  - パターンの消滅、生成



- ラングトン：Life at the edge of chaos
  - カオスの縁の生命

CAの分類

- Rule の記述法
  - クラス 1 ：Rule0
  - クラス 2 ：Rule245
  - クラス 3 ：Rule90
  - クラス 4 ：Rule110

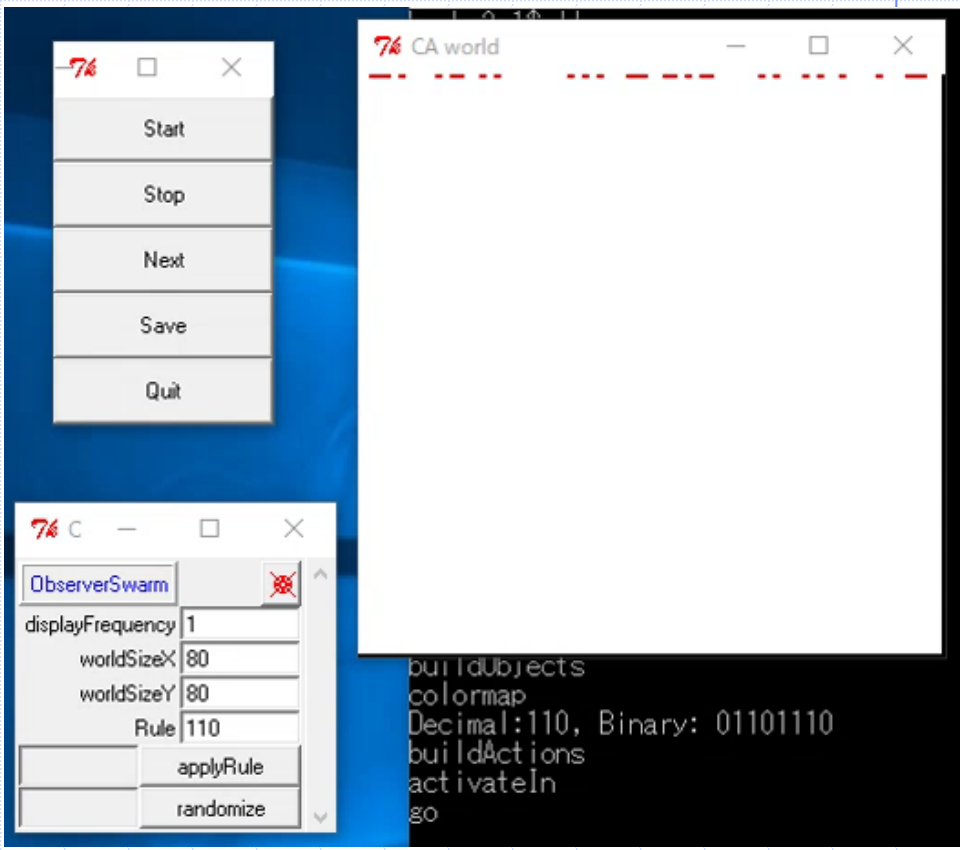
$$01101110_{2\text{進}} = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^5 + 2^6 = 110_{10\text{進}}$$

例

current pattern	111	110	101	100	011	010	001	000
new state for center cell	0	1	1	0	1	1	1	0

CAの分類

- Swarm demo
  - ルールの入力
  - applyRule
    - 途中から変更可能
    - Enterを忘れないこと
  - Randomize
    - 実行時に0,1列の初期化が可能



Rule110

- Interesting properties
- Class 4 behavior
- P-complete
- Differences from a Turing machine
- The proof of universality

Rule 110 – Wikipedia, the free encyclopedia

http://en.wikipedia.org/wiki/Rule_110

RULE 110

Learn more about citing Wikipe

article | discussion

Rule 110

From Wikipedia, the free ency

The **Rule 110** cellular aut

current pattern
new state for center cell

On the table above when th
is 110, hence the name of the rule.

Contents [hide]

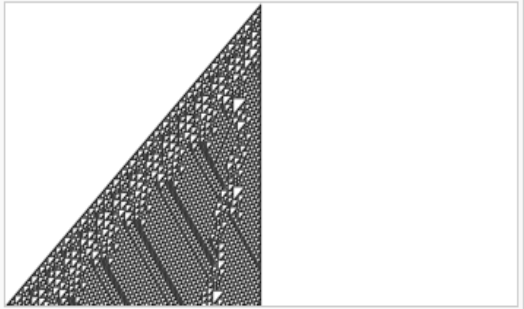
1 Interesting properties
- 1.1 Class 4 behavior
- 1.2 P-complete
- 1.3 Differences from a Turing machine

2 The proof of universality
- 2.1 Spaceships in Rule 110
- 2.2 Constructing the cyclic tag system
- 2.3 Images of the machine
- 2.4 Cyclic tag system working

3 See also

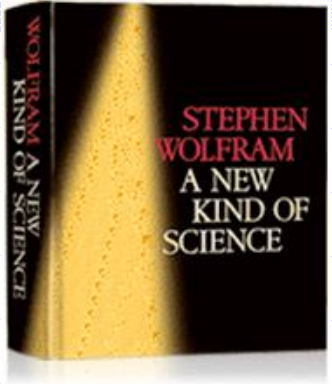
4 Notes

5 References



An example run of a rule 110 cellular automaton

Class 4



- Steven Wolfram:”New kind of science”

- クラス4はTuring Machineとほぼ同等の複雑性を示す
- つまり形式的に決定不可能
  - 与えられたルールと初期状態についてその発展過程を計算する関数はない
- 計算論的に不可逆
  - 発展の状態を調べたいなら具体的に一世代ずつシミュレートするしかない。予測は不可能である。

Langtonのλパラメータ

- 遷移関数において、活動している（非静止状態）の割合

$$\lambda = \frac{k^{\rho} - n_q}{k^{\rho}}$$

k：各セルの状態数
ρ：近傍数
n_q: 中央セルの静止状態数

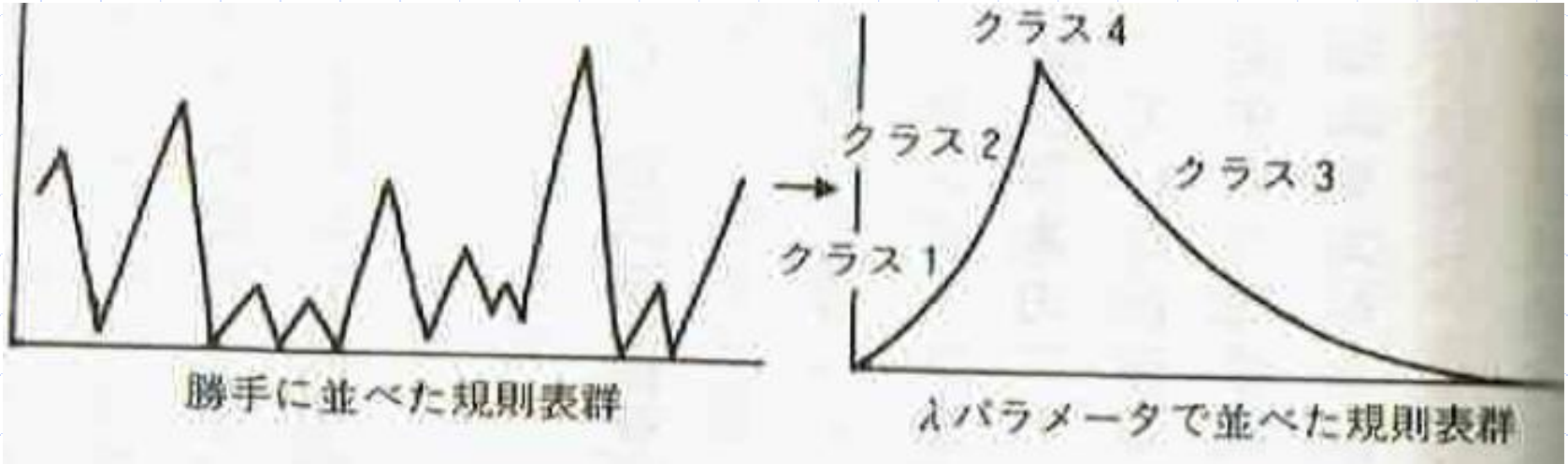
- 近傍半径がrのとき、$n = k^{2r+1}$

Life game ： k=2, ρ=9
Wolfram 1D-CA: k=2, ρ=3

Langtonのλパラメータ

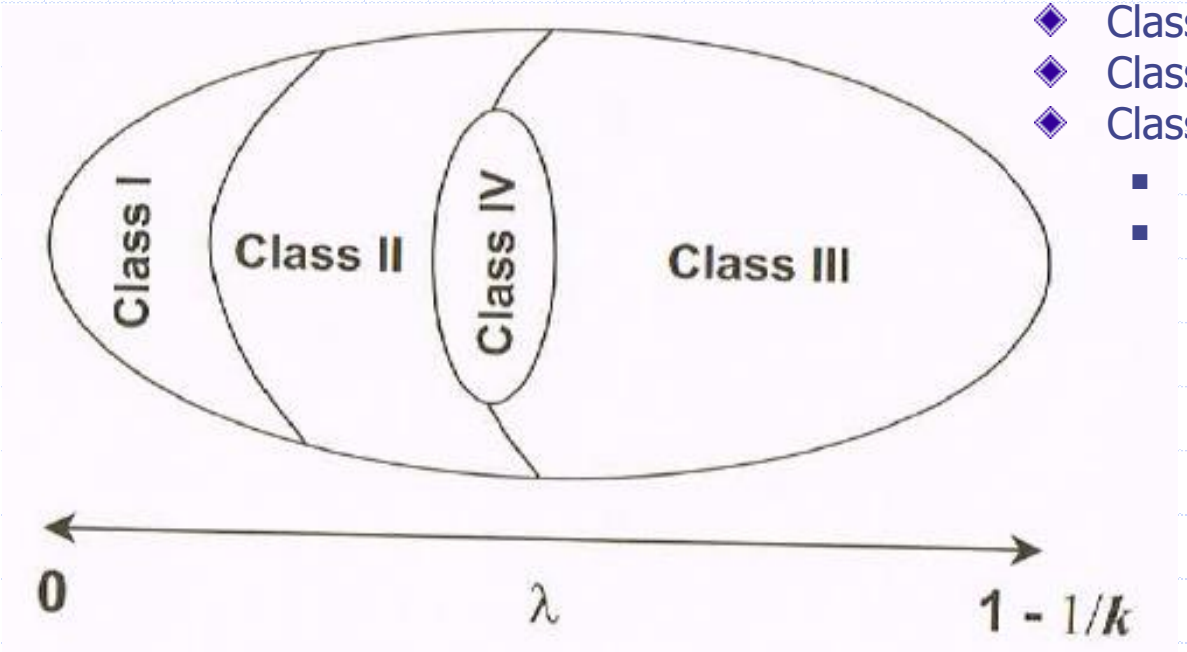
$$\lambda = \frac{k^{\rho} - n_q}{k^{\rho}}$$

- すべての条件が静止状態に至るとき
  - λ＝0
- すべての条件が静止状態に至らないとき
  - λ＝1
- すべての状態が等しく出力に表れているとき
  - λ＝1－1/k



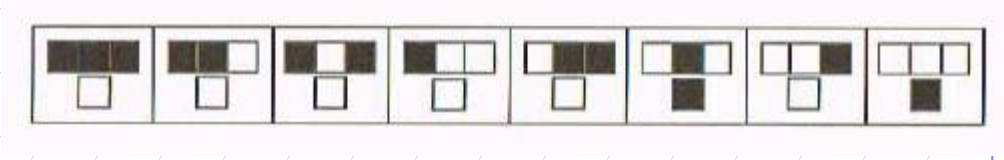
Langtonのλパラメータ

- λパラメータは、あるレベルの挙動の複雑さに関連する統計量であるが、系の挙動を予測できるものではない（Langton）

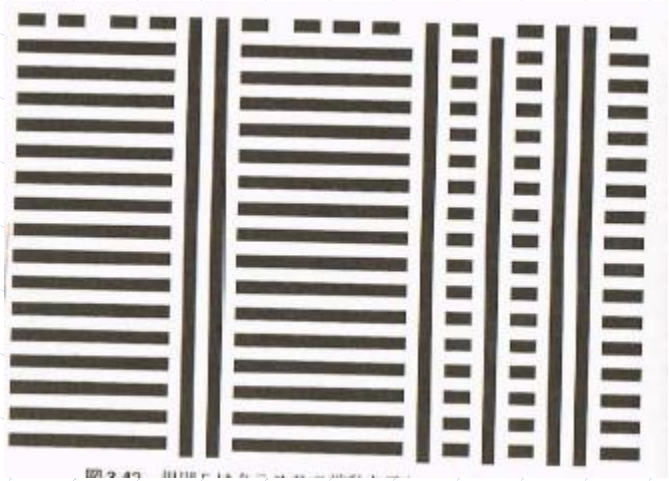


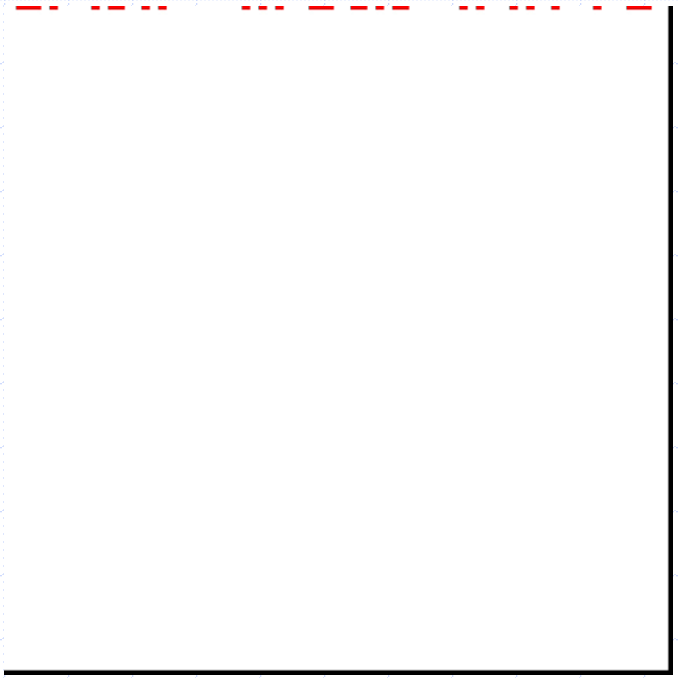
- Class 1：均一的： 全て白か黒
- Class 2：縞模様： 周期的
- Class 3：非周期的： カオス
- Class 4：予測不可：
  - 周期←→非周期の繰り返し
  - パターンの消滅、生成

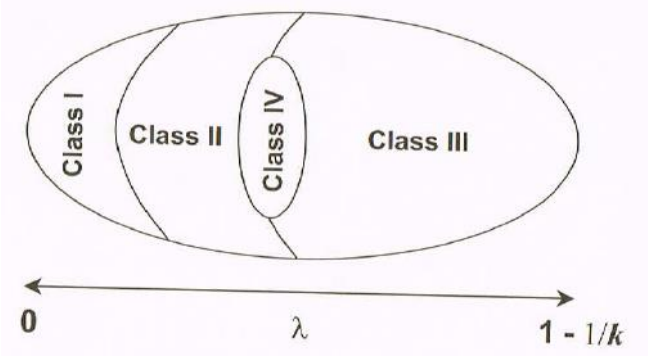
例： RULE 5



- λ = 0.25
- クラス II

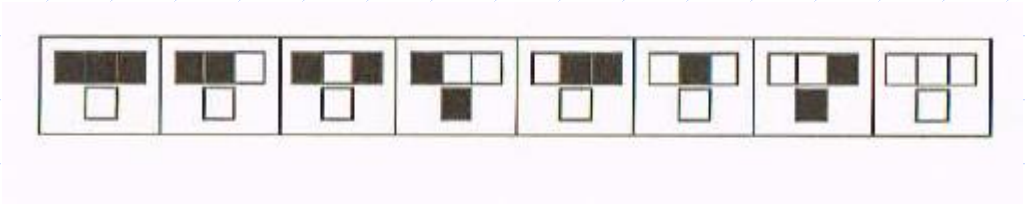


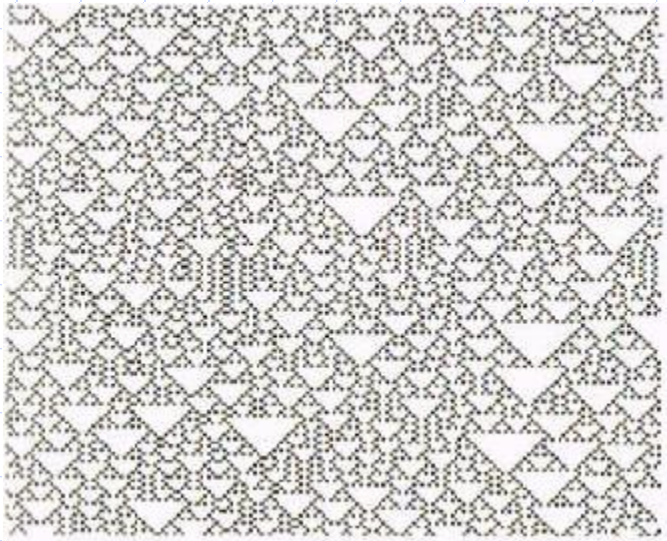


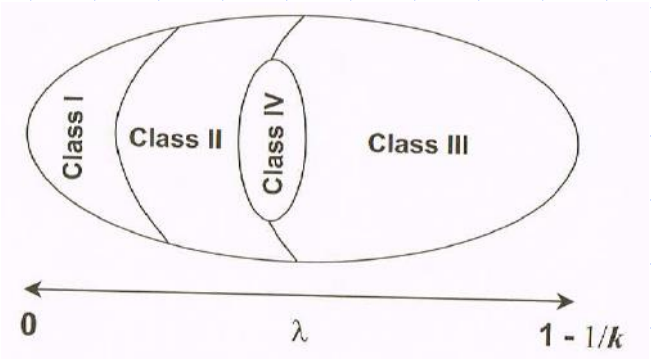


例： RULE 18

- λ = 0.25
- クラス III

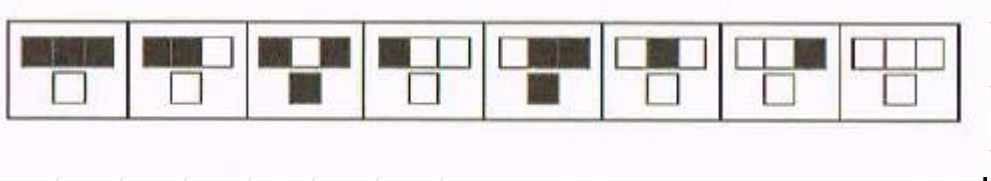


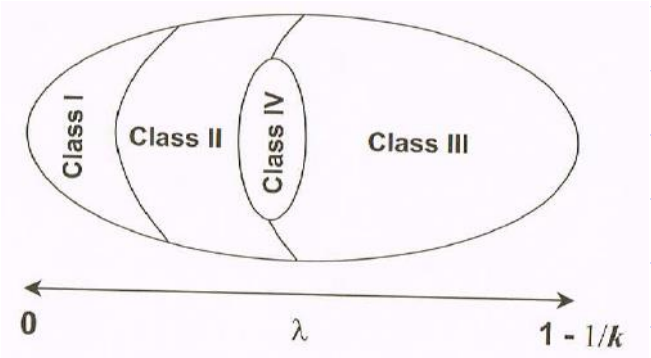




例： RULE 40

- λ = 0.25
- クラス Ⅰ





Rule184

$U_{j-1}^{n}U_{j}^{n}U_{j+1}^{n}$	111	110	101	100	011	010	001	000
U_{j}^{n+1}	1	0	1	1	1	0	0	0

- 10111000_2=184
-

・Uの値を時刻n, 格子jに存在する車の台数と想定する.
・台数は1(車がいる)か0(いない)のどちらかである.
・格子点jにいる車は右側が空いているならば次の時刻で右へ進み、空いていないならばその場にとどまる

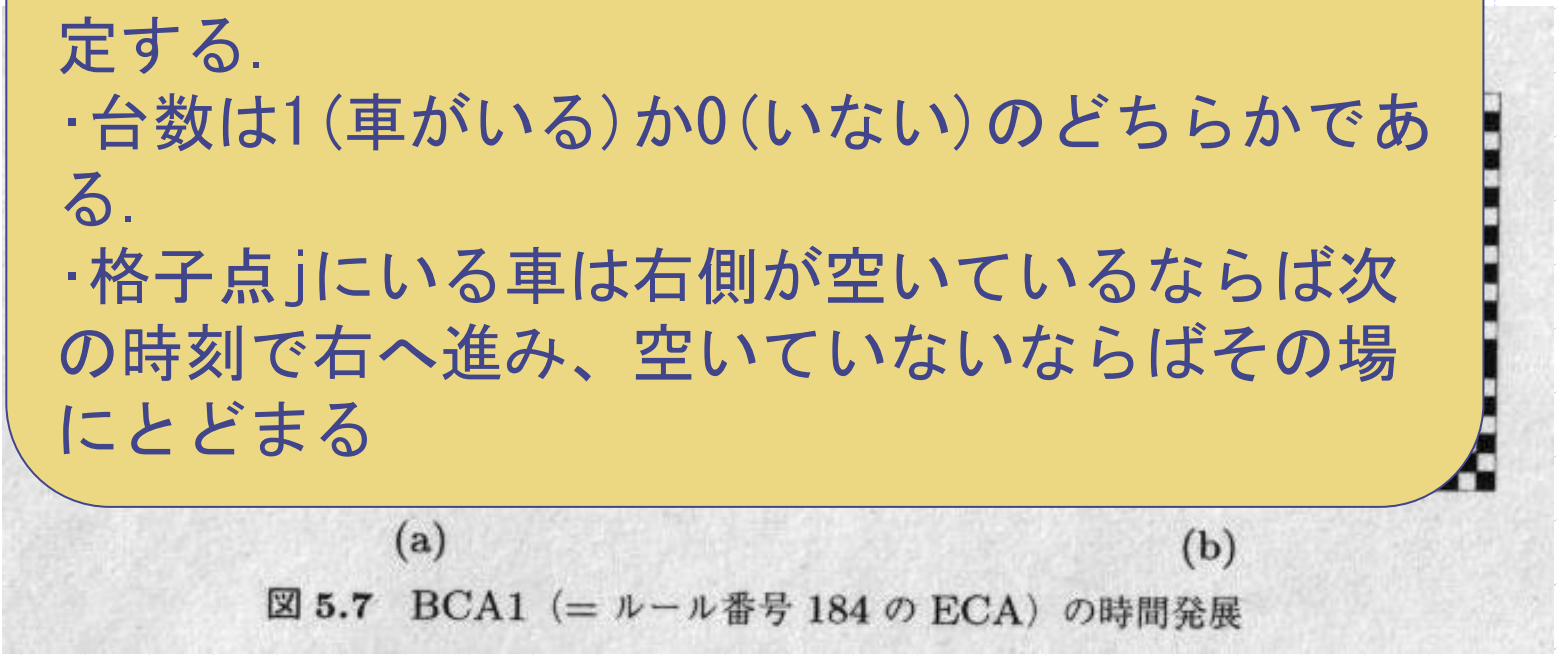
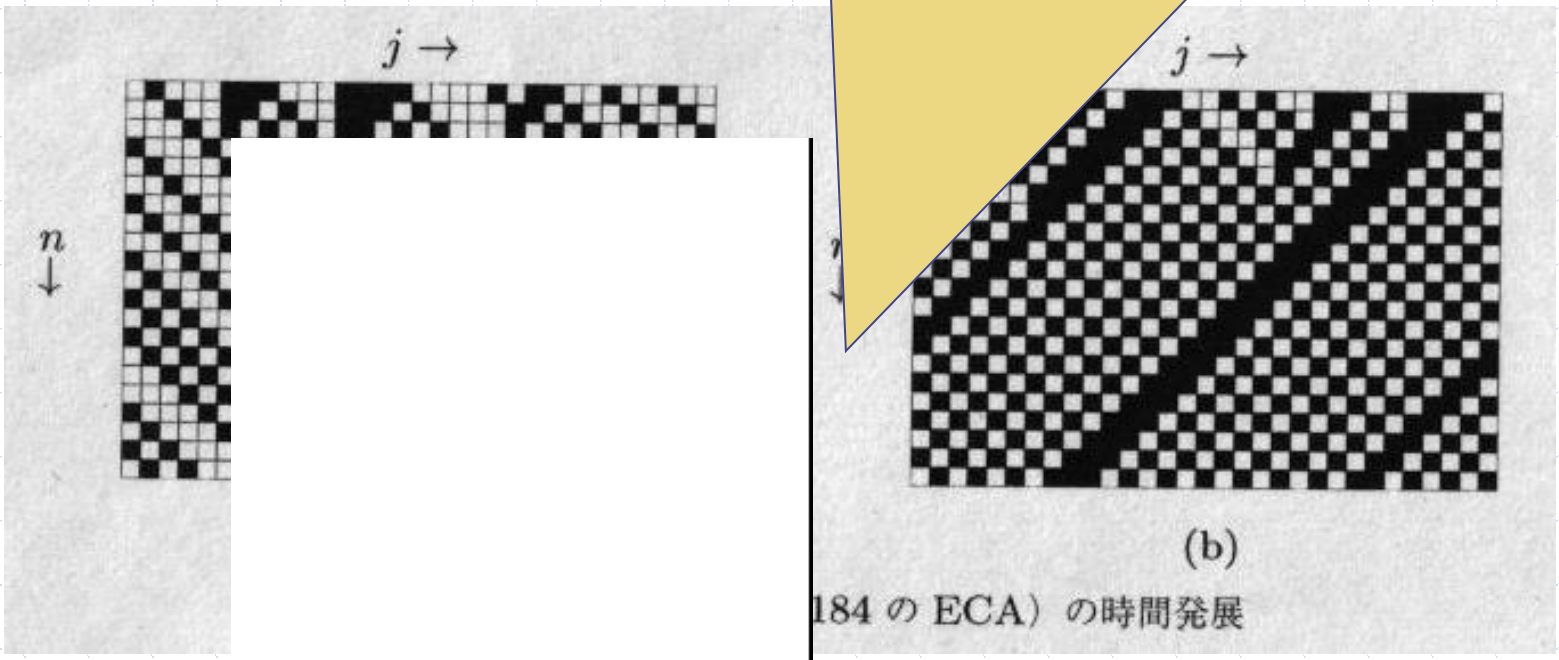


図 5.7 BCA1 (= ルール番号 184 の ECA) の時間発展

・(a)：初期時刻から十分時間が経過すると車がお互いじゃませずに自由に動く様子が現れる。
・(b)：渋滞（幅が2格子分以上の黒い帯の部分）が発生して渋滞の先頭から車が抜け出し，後ろから車が突入する様子が現れている.

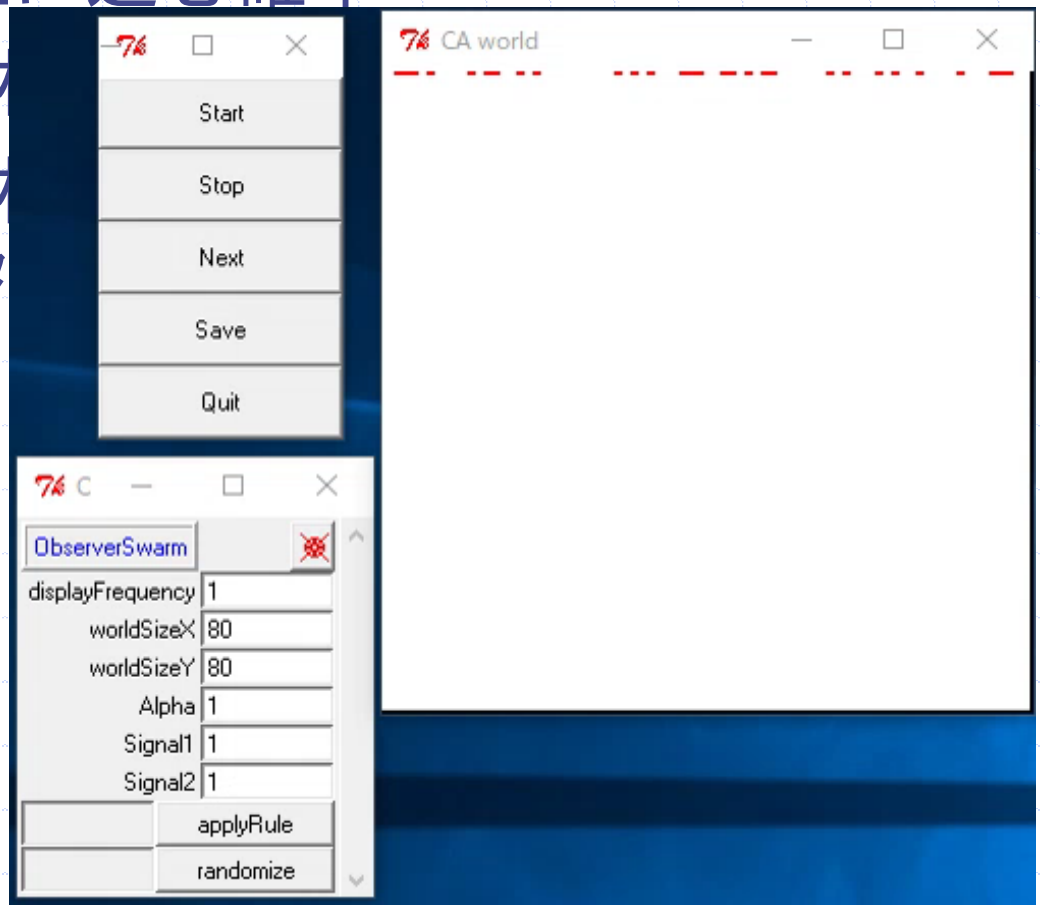


BCAの重要な性質

1. 1の個数が保存する
2. 初期状態からしばらくは0-1パターンに複雑な変化が見られるが,時間が経つと右ずれあるいは左ずれパターンに必ず落ち着く

信号付きBCA

- Swarm demo
  - Alpha: 車が左に進む確率
  - Signal1: 信号
  - Signal2: 信号
    - 信号機のパタ



交通渋滞のシミュレーション

[Nagel 92]

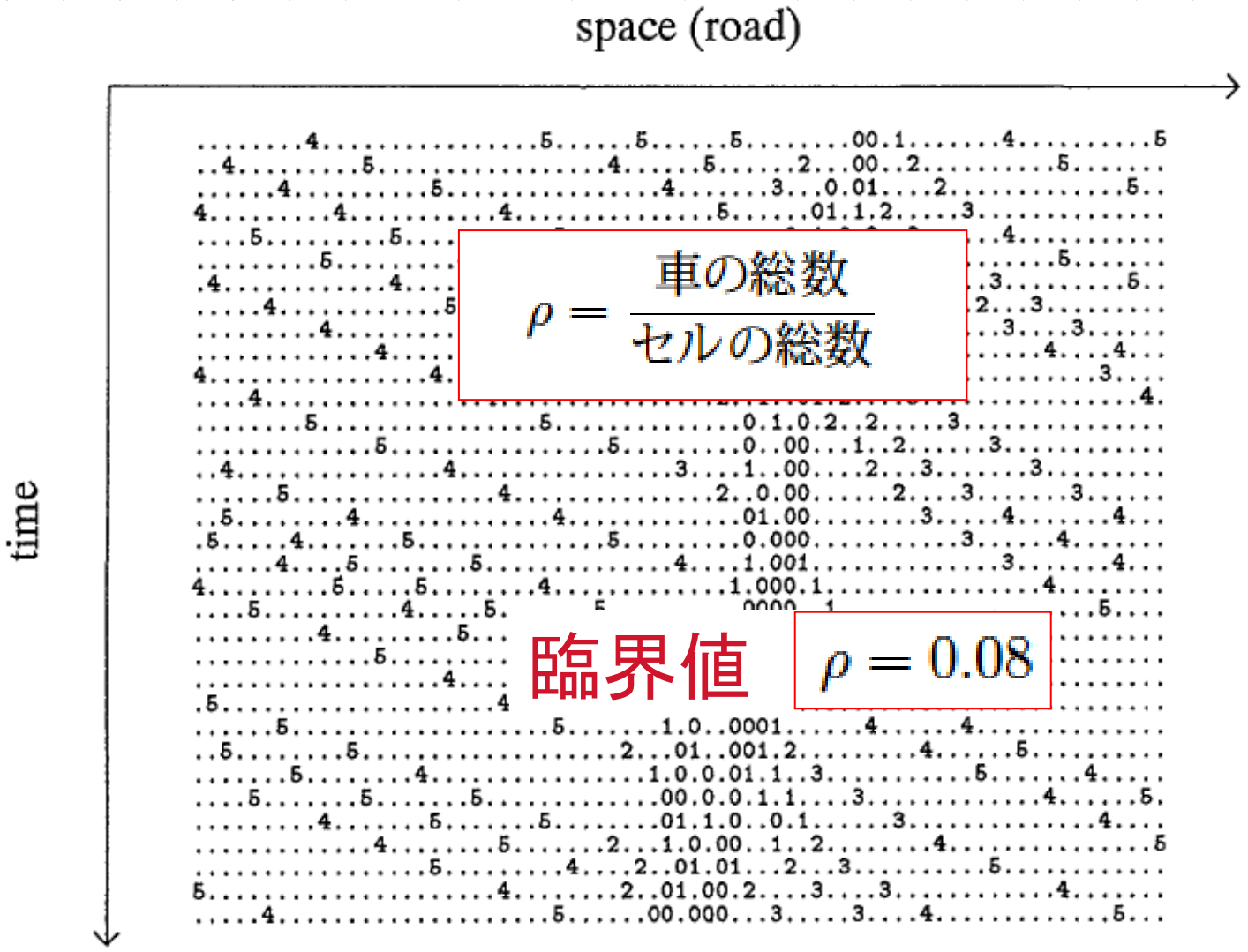
加速　ある車の速度 v が $v_{\max}$ より小さくて前方の車への距離が $v+1$ よりも大きければ，スピードを 1 単位増やす（$v := v+1$）.

減速　ある場所 i にいる車の前方の車が $i+j$ にあり $j \leqq v$ であれば，スピードを $j-1$ に減速する（$v := j-1$）.

乱数　確率 p で全て車の速度を（0 より大きい場合には）1 つ減らす（$v := v-1$）.

移動　全ての車を自分の速度 v に従って移動させる.

交通渋滞のシミュレーション

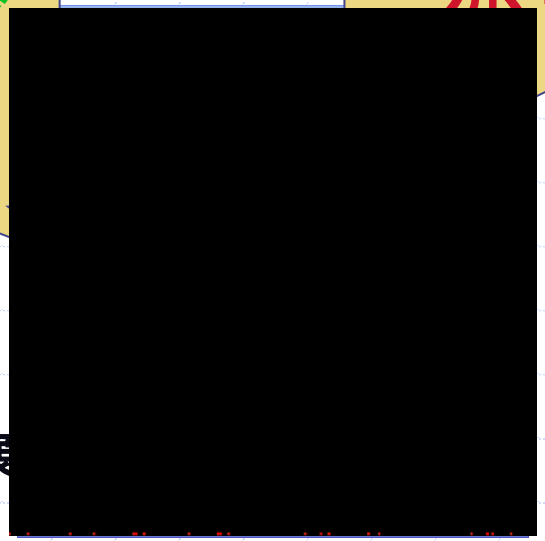


交通渋滞シミュレーション

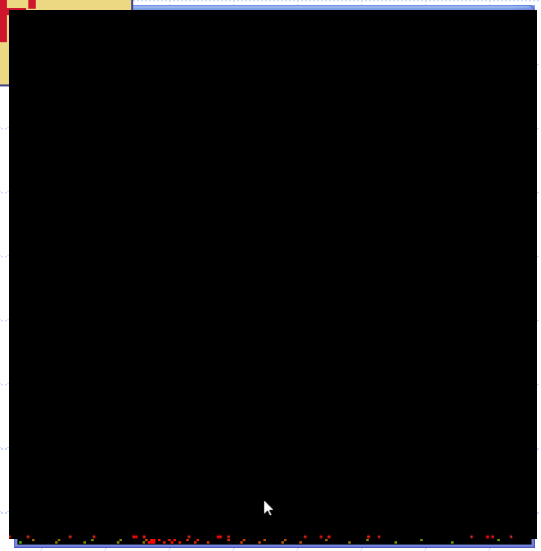
- Swarm demo
  - ρの設定＝Num÷Width
  - Vmax=20, p=0.1のとき
  - 右と左はつながる

緑が濃いほど速い

赤＝渋滞



時間発展



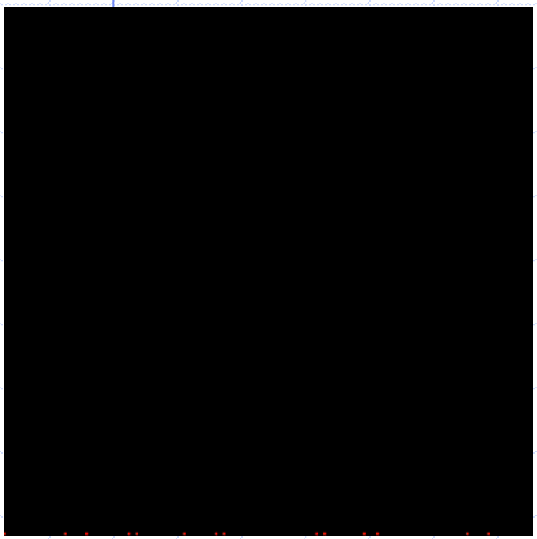
SISあり

SISなし

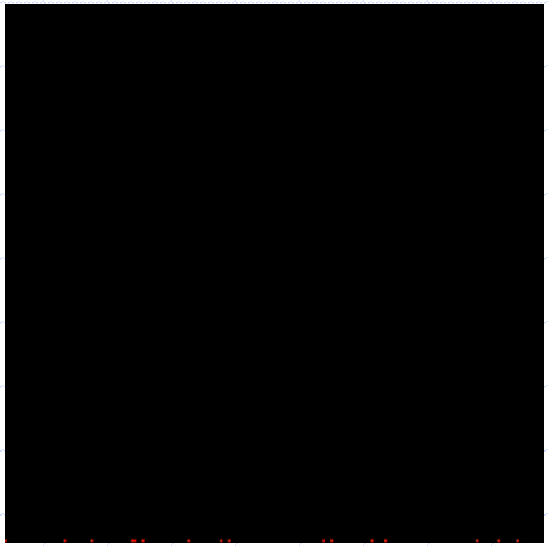
交通渋滞シミュレーション

- Swarm demo
  - ρの設定＝Num÷Width
  - Vmax=20, ρ=0.1のとき
  - 右と左はつながる

臨界値 $\rho = 0.08$



ρ＝0.07



ρ＝0.08

ρ＝0.09

ASEPモデル

- 非対称単純排除過程(symmetric Simple Exclusion Process) [西成06, Rajewsky et.al 98].
- 各セルに存在する車の最大速度を１とし，前のセルが空いていたら車は確率p によって前進する（確率1-p で止まる）
- 新しい車の流入確率をα，流出確率をβ とする
- 右端は左端につながっておらず，車の数は一定ではない
- 平衡状態に関するさまざまな数学的解析 [Rajewsky et.al 98]

ASEPモデル

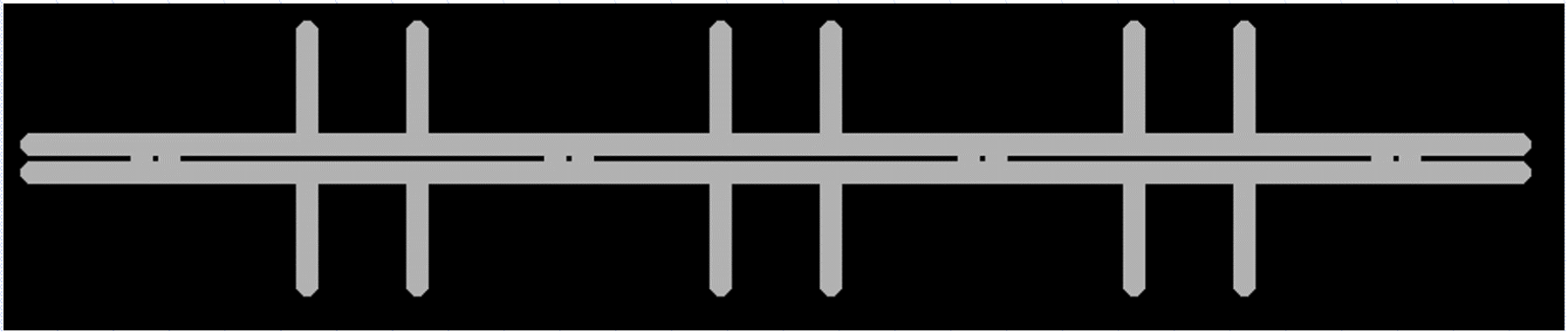
- Swarmデモ
- p = 0.8
- 自由相(a) $\alpha = 0.3, \beta = 0.9$
- 衝撃波(b) $\alpha = 0.3, \beta = 0.3$
- 最大流量相(c) $\alpha = 0.6, \beta = 0.6$
- 黒い部分が車のあるセル，白い部分は空いているセル
- 一番下の行が現時点での道路状況であり，上に行くにつれ時間が経っている．

(a) 自由相　(b) 衝撃波　(c) 最大流量相

シリコン交通シミュレーション

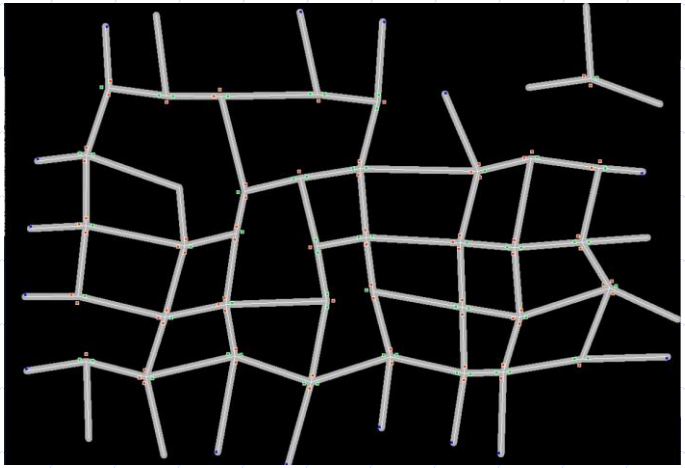
- Swarmデモ
- U-turnありの一直線

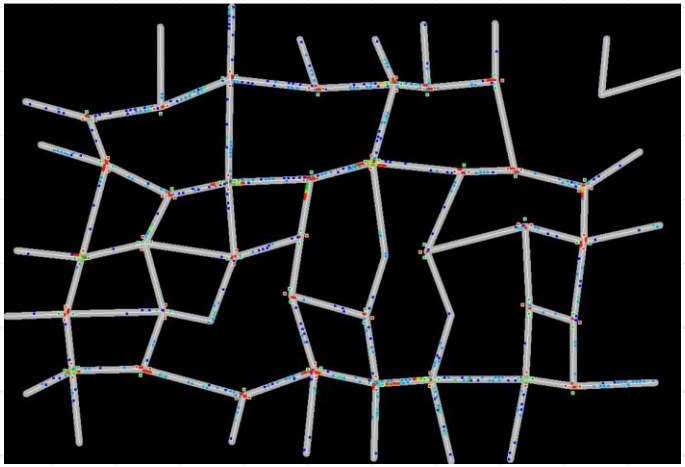
Bali@indonesia, 2019年7月



シリコン交通シミュレーション

- Swarmデモ
- ランダムに２次元上の地図を作成、車もランダムに配置
- 各車に対して地図上の終端頂点の中から２点をランダムに選び，出発地点と到着地点とする．
- 出発地点から到着地点に至る経路の決定については，ダイクストラ法を用いて経路を求める．
- このとき，頂点間距離にエッジ毎の車の密度を重み付けしたコスト計算を行って，渋滞を回避する経路を決定する．
- 信号機の点灯規則としては，一定時間毎に通行可能エッジを順に選択する．

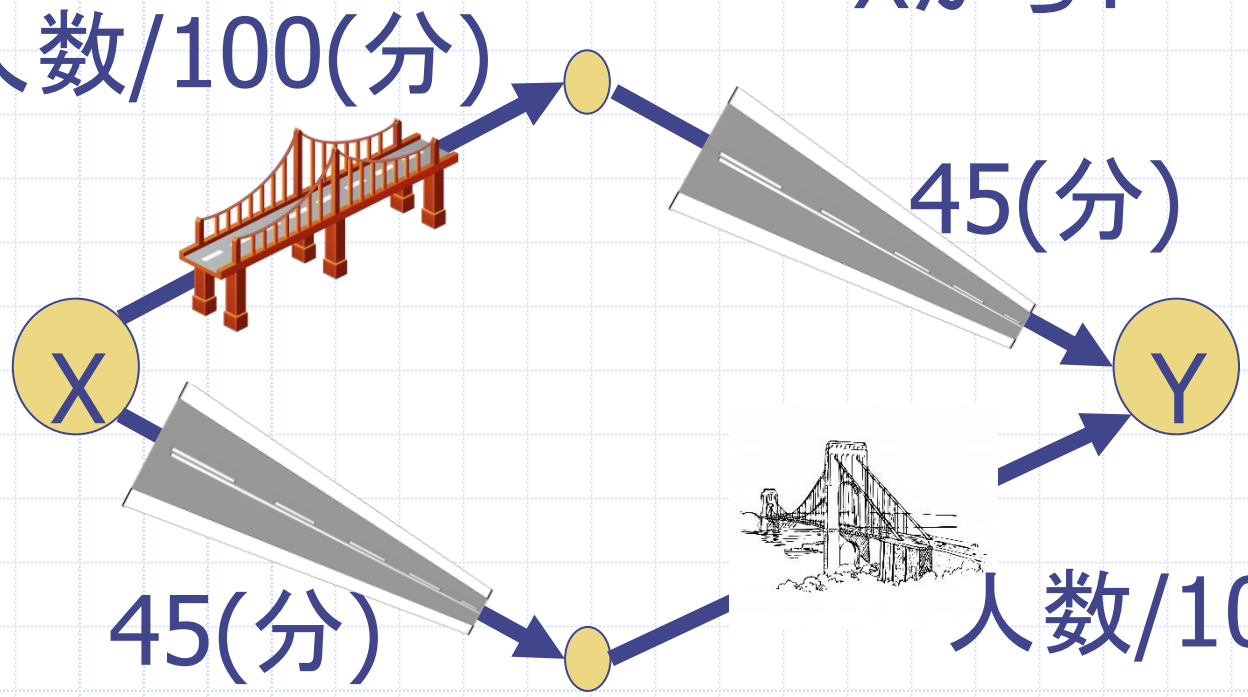




ブレスのパラドクス

- 道路を増やせば渋滞は減るか？

XからYへ行きたい



5000人の通勤者

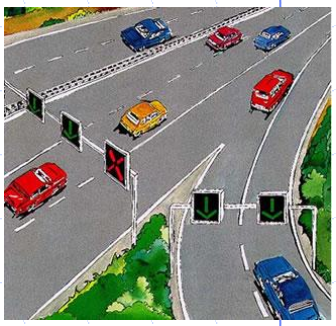
ブレスのパラドクスの実際

- 1969年ドイツ・シュトゥットガルト
  - 宮殿前広場の道路網の立て直しを図るがかえって渋滞が悪化した。
- 1990年ニューヨーク
  - 42丁目が一時的に封鎖されると、周辺の渋滞が緩和された。
- 韓国ソウル市の清渓川改修工事
  - 6車線の幹線道路を取り壊して全長8kmの公園に作り変えたところ街の交通は悪化するどころか改善した。

余談： システム工学の問題点

- 待ち行列理論、渋滞学
  - 行列のできるラーメン屋の設計
  - 待ち行列の制御
- 人間の感情を扱っているのか？
- 例1：ランプメータの交通制御
- 例2:Disneylandの待ち行列

交通渋滞と待ち行列理論

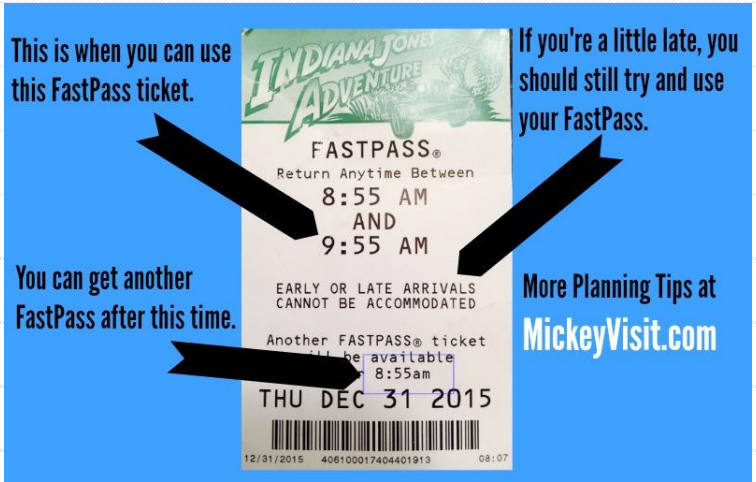


- ミネソタ州でランプメータを停止させると…
  - ピーク時の通行量は9%減少
  - 所用時間は22%長くなり，信頼性が薄れた
  - 車の速度は7%減速
  - 合流の際の衝突事故が26%急増

ところが，ドライバーの主観的な調査によると，ランプメータに必ずしも満足していない!!
なぜか？？？

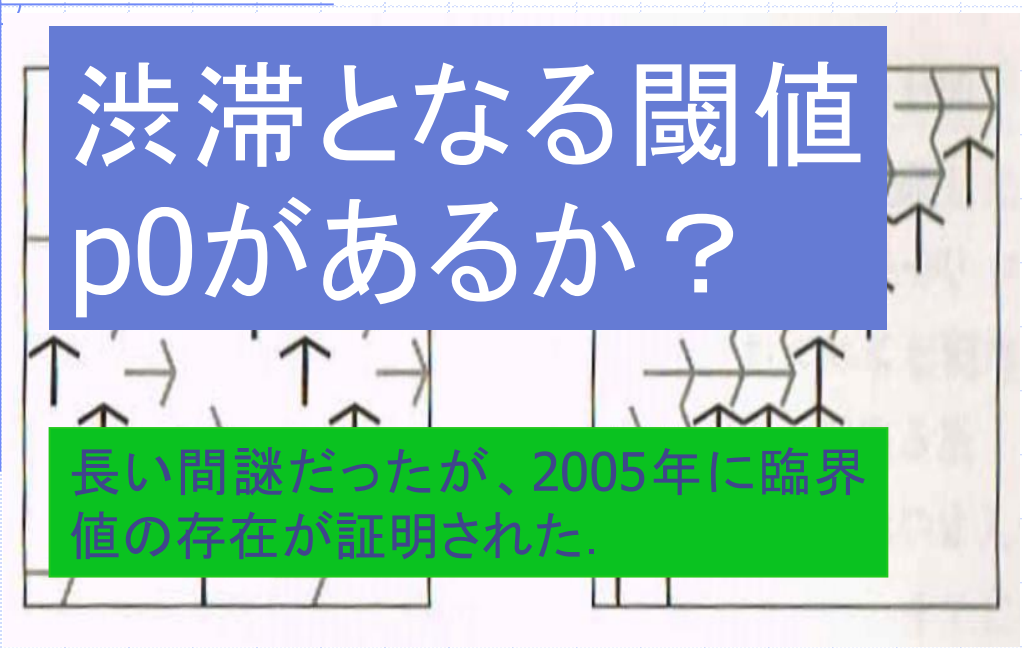
Disneylandの待ち渋滞

- 長めの待ち時間表示
  - 満足度が高くなる
- Fastpass
  - ばらつきを減らす
  - 数は少ないので一般客の不満は少ない



一方通行路の渋滞

渋滞となる閾値p0があるか？



長い間謎だったが、2005年に臨界値の存在が証明された.

$p \leq p_0$

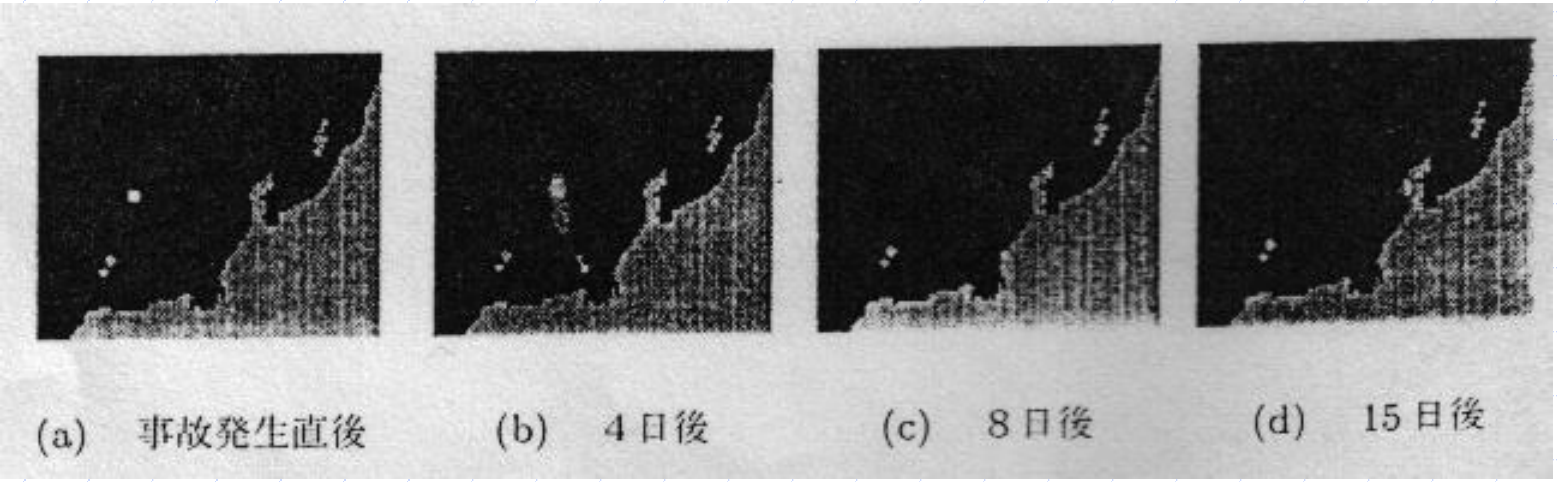
$p > p_0$

確率pが大きければ，逆に車は渋滞に巻き込まれ，どの車も有限回動いたあとで永久に動けなくなる

- 平面上の各格子点を独立に確率pで選び出し，その点上に公平なコイン投げにより北向き（上向き）か東向き（右向き）の車を置く.
- 各車は一斉に「東行き」と「北行き」に交互に変わる信号に制御されて動く.
- 信号が東行きになると，東向きの車はその東隣の格子点が空いていればそこに移動する.
- 信号が北向きになると，北向きでブロックされていない車が一斉に1つ北隣の格子点に移動する.

石油流出事故による海洋汚染

- 1997.1.2 ナホトカ



島根県北東106Kmで発生した事故により流出原油が若狭湾、能登半島、佐渡島一帯に拡がる様子の時間変化

森林火災

- 臨界値

- 59%以下：鎮火
- 59%以上：燃え広がる

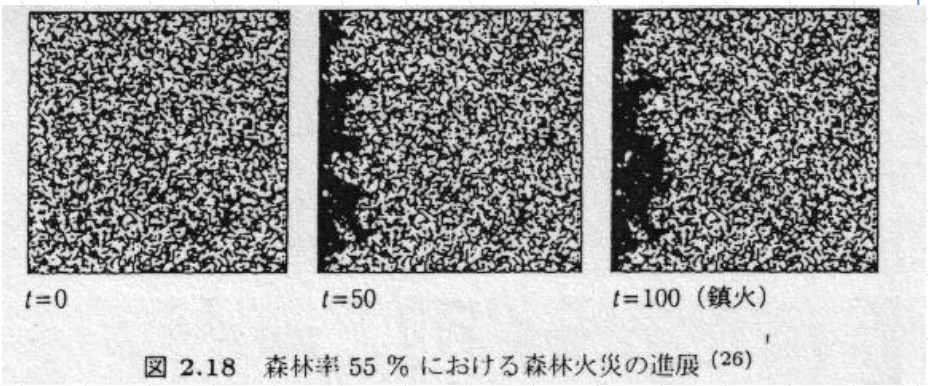


図 2.18　森林率 55 % における森林火災の進展 (26)

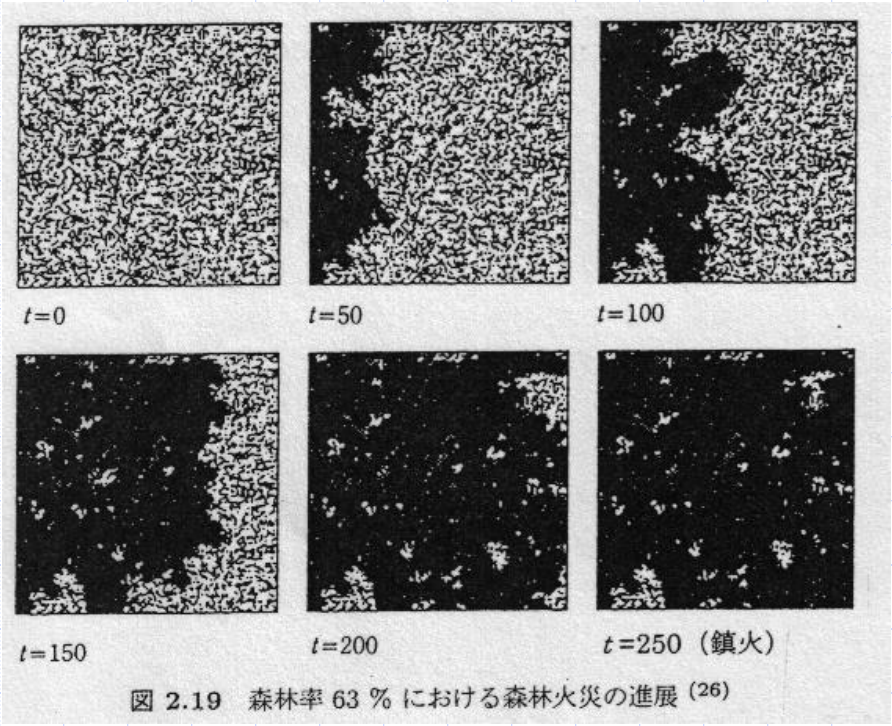


図 2.19　森林率 63 % における森林火災の進展 (26)

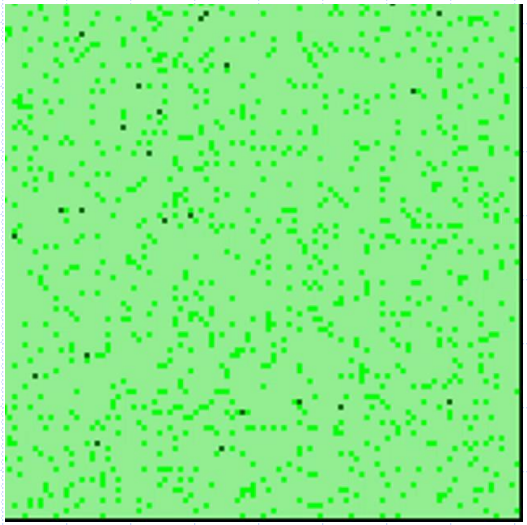
Forest Fireモデル

- 状態は木・火災・無の3つである
- 何も無い所にはある確率で木が生える
- 木はある確率で発火する
- 木が燃えていると，その周囲の木に燃え移る
- 何も無い所は燃えない
- 木が燃えた後は，何も無くなる

Forest Fireモデル

- もしセルが木だったら:
  - 隣接セルの少なくとも一つが燃えていれば, 確率 (1-g)で燃え始める.
  - 隣接セルのいずれも燃えていない場合，確率f x (1-g) で燃え始める
- セルが燃えていたら空のセルになる
- 空のセルは確率pで木になる.

Forest Fireモデル



- Swarm demo

- 発火の確率f=0,免疫g=0.01,木の成長の確率p=0とする.
- 火災が始まる前の森林における木の生えている土地の割合Fを変化させて，火の広がる範囲を調べる.
- 赤が火，緑が木，黒が空のセルを示す.
- 黒が広がっている部分が火によって焼かれた場所.

- F>0.59のとき火が全体に広がり、F<0.59のとき広がらない.
- つまりF=0.59が臨界値となる.

Schellingの分居モデル

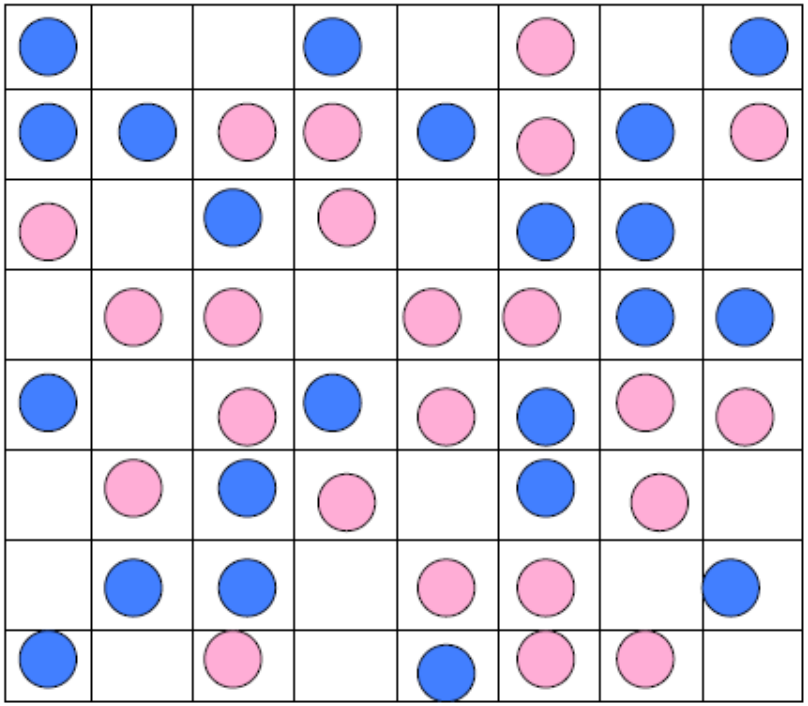
- 2つの異なる色をもったエージェントが作る仮想空間
- 各エージュントは近隣が自分と同じ色であることを求める.
- 選好＝「何パーセント以上自分と同じ色でないと嫌か」についての閾値

Schellingの分居モデル

Thomas Schelling (1921 –2016)
2005年: ノーベル経済学賞

Schelling (1969, 1971, 1978)

チェス盤上に配置したコインによる手作業の実験



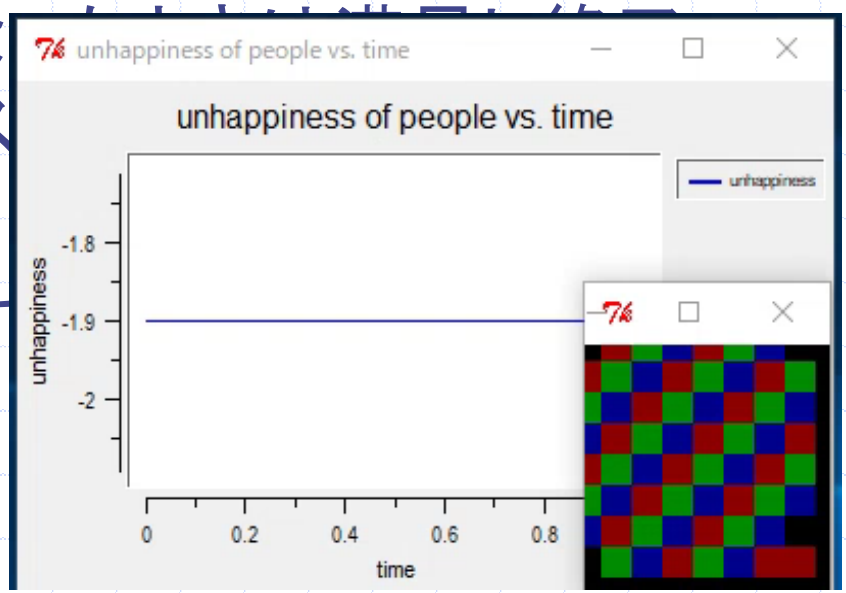
マス8＊8

ペニー貨23枚

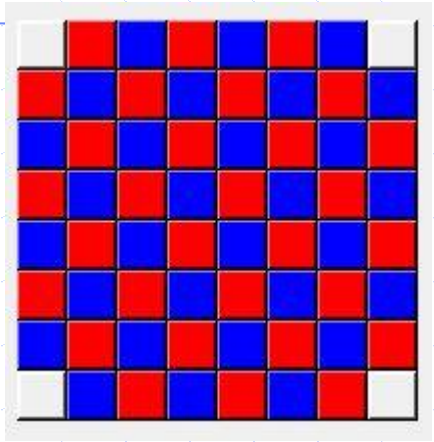
ダイム貨22枚

Schellingモデルの基本ルール

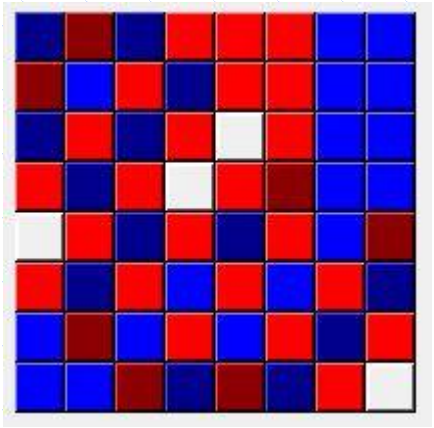
- エージェントは2つのグループのいずれかに属し，同じ色の近隣に対して一定の選好をもつ．
- エージェントは近隣のうち自分と同じ割合を計算する．
- この割合が選好以上にな
  する．さもなければ次のス
- 選好を満たす場所のうち，
  ない最近の場所に移動す



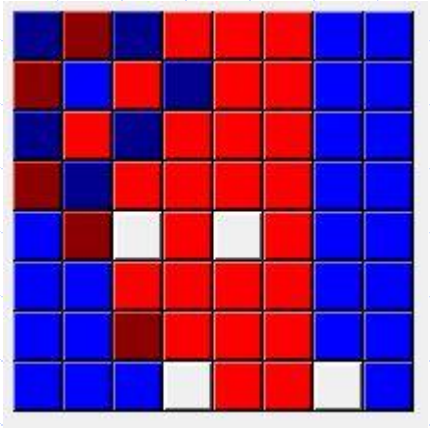
2集団、選好が50%のシミュレーション



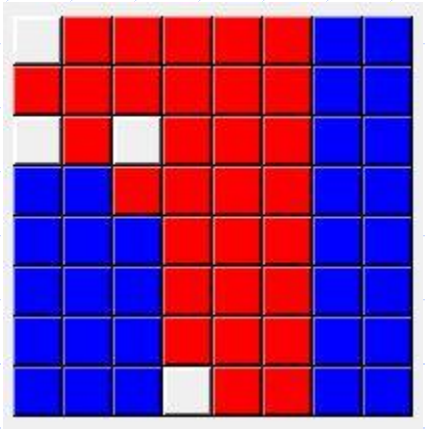
初期状態: 2集団



繰り返し: 15回



繰り返し: 30回



繰り返し: 50回

Schellingの結果

- 選好の閾値が0.33 のとき，2つの色が分居するようになった.
- 選好の閾値を一方の色では高く，他方には低く設定すると，閾値の低い色は広がっているのに対し，閾値の高い色は集まった.
- 「同種の色が自分と同じ色の近くに居住すると満足する」という選好を変更しても，2つの色が分居するようになった.

閾値は低い（つまり、同種がたくさんいる場所を強く選好しているわけではない）にもかかわらず社会全体としては分居してしまう可能性がある！

Schellingの結果が意味するもの

- 最終的に2つの色に分離したパターンとなり，どのエージェントも相対的に小さな変化を個体の選好に加えることでマクロな分居パターンに劇的な変化が生じた.
- 各エージェントの「偏見（＝選好の偏り）」と分居パターンには相関関係がある.
- 「色盲（＝博愛主義者：選好の閾値0）」が存在する場合には，人種をかきまぜる効果がある.
- ただしこれらの効果にはさまざまな臨界値が存在する.
- Schelling の研究は「人種差別」「偏見」に関連する数多くの問題を提起している.

Affirmative action

- NY, ブルックリン, スターレットシティ：連邦政府の助成を受けたアメリカ最大の中間所得層向け公営住宅
- 異なる人種が共存するコミュニティをつくることを目標に1970年代半ばから入居開始
- 入居者規制
  - アフリカ系アメリカ人とヒスパニックの居住者を全体の40%以下に制限
- この政策の根拠は？

Affirmative action

- この政策は果たして「正義」なのか？
- Affirmative action: 積極的差別是正措置
  - 通常はマイノリティへの優先入学など
- 白人のためのAffirmative action?
- これからの「正義」の話をしよう
  - マイケル・サンデル

分居モデルのシミュレーション

- セル当たりの定員は1個体であり, 複数個体は存在できない
- 各ステップで, 現在位置と周囲8マスの合計9つからランダムに移動先の候補を決める
- 移動先候補の周囲8マスの情報から求まる満足値が, 現在地点の満足値より高いと移動する
- 教会に住むことはできないが, 教会の周囲に移動先がない場合はそこに留まる

分居モデルのシミュレーション

- Swarm demo

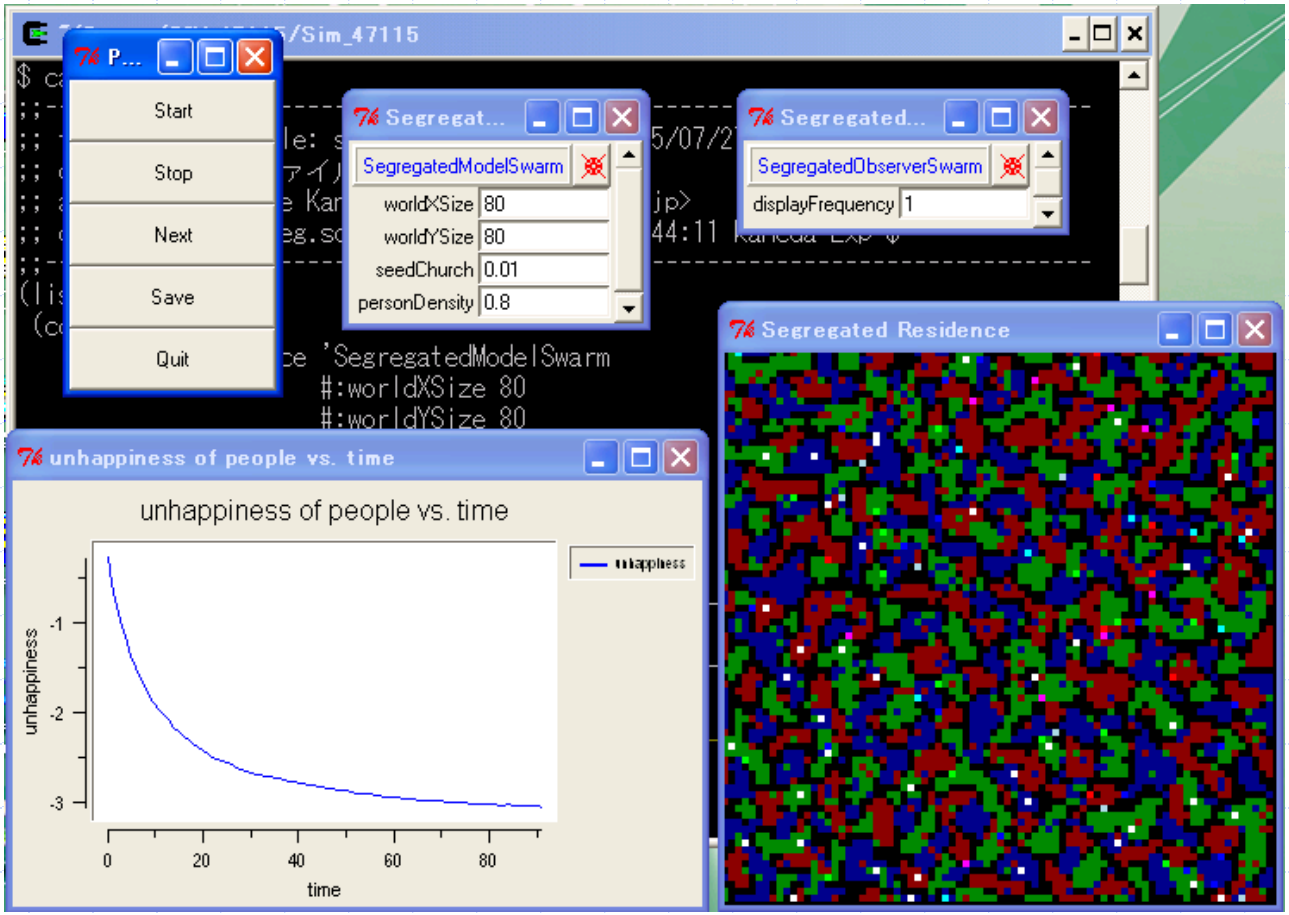
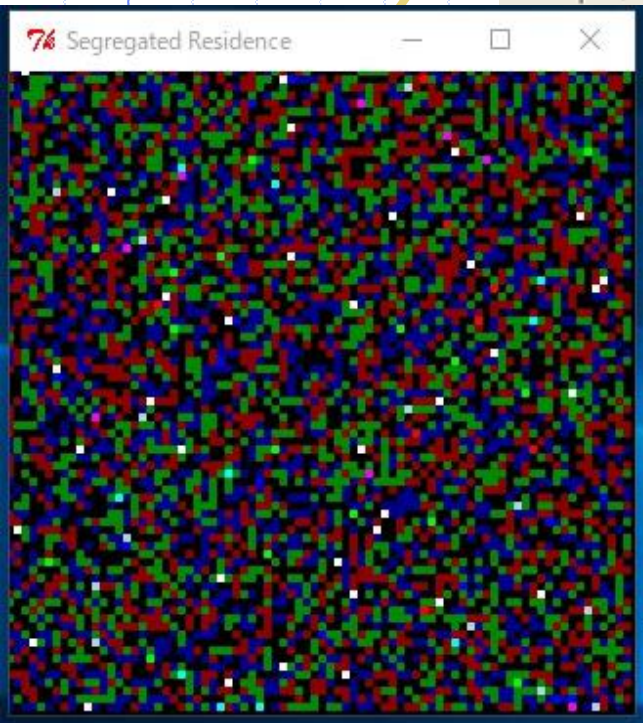


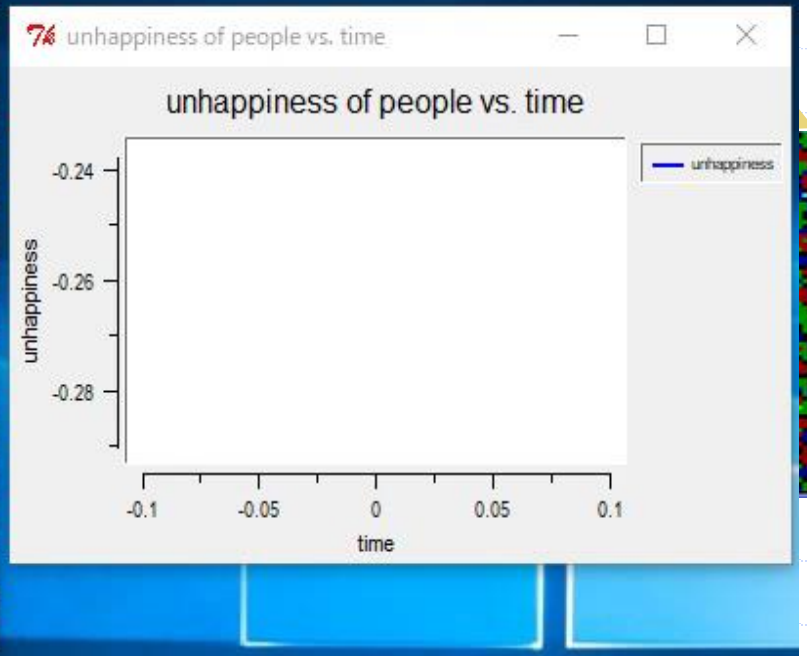
図2.12　人種分居のシミュレーション

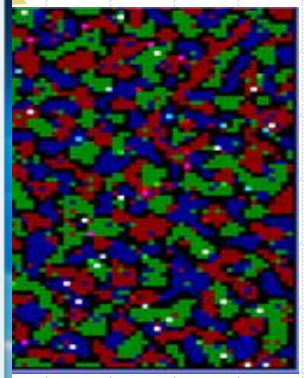
不幸度の時間推移

セルの色とその意味

色	意味
褐色	種族 1
深緑色	種族 2
紺色	種族 3
赤色	種族 1 の博愛主義者
緑色	種族 2 の博愛主義者
青色	種族 3 の博愛主義者
マゼンタ	種族 1 の教会
ライトブルー	種族 2 の教会
シアン	種族 3 の教会
白	教会に人が入った状態 (全種族について)



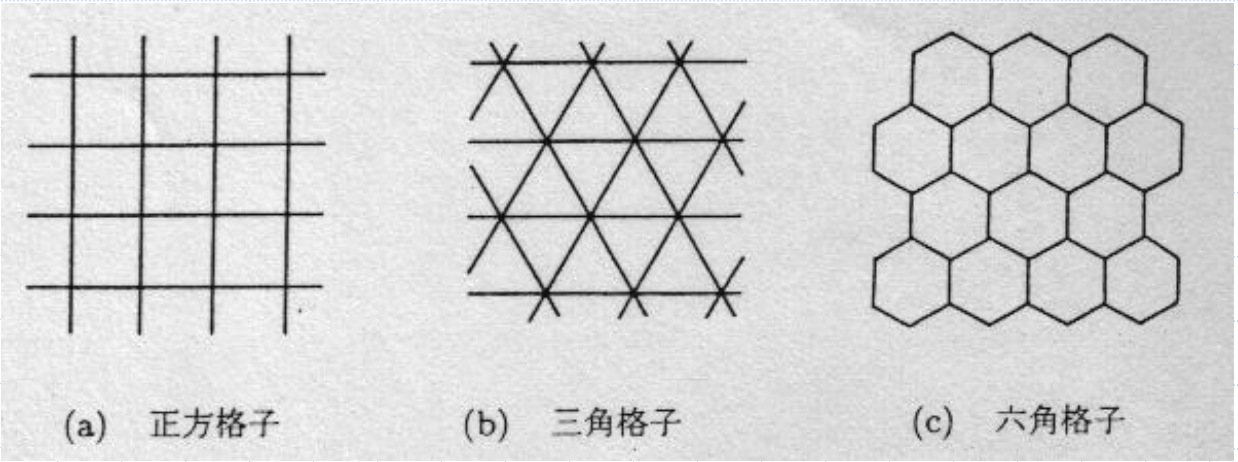




格子ガスオートマトン

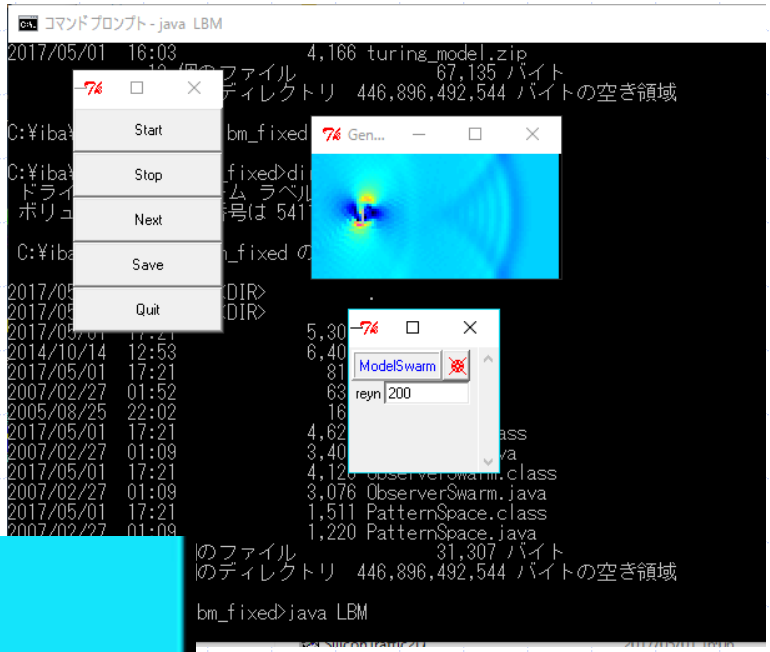
- Lattice Gas Automaton Method
- CA法の流体解析への応用
- ガスでモデル化

- 格子モデル



LGAによるシミュレーション

- Swarm　demo



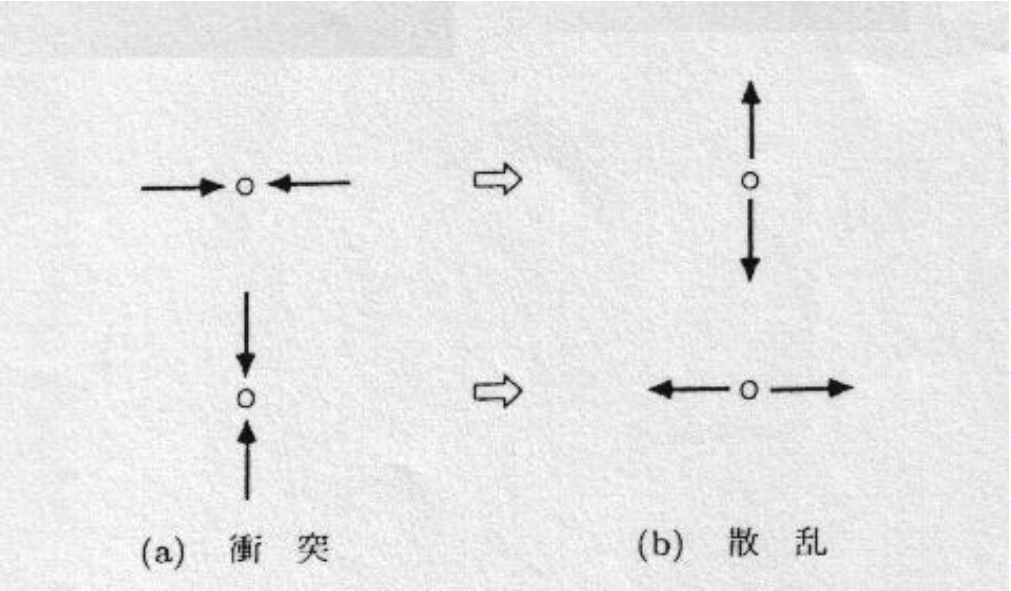
LGAによるシミュレーション

- Swarm　demo

  エアコン＋扇風機の設置場所と冷え方

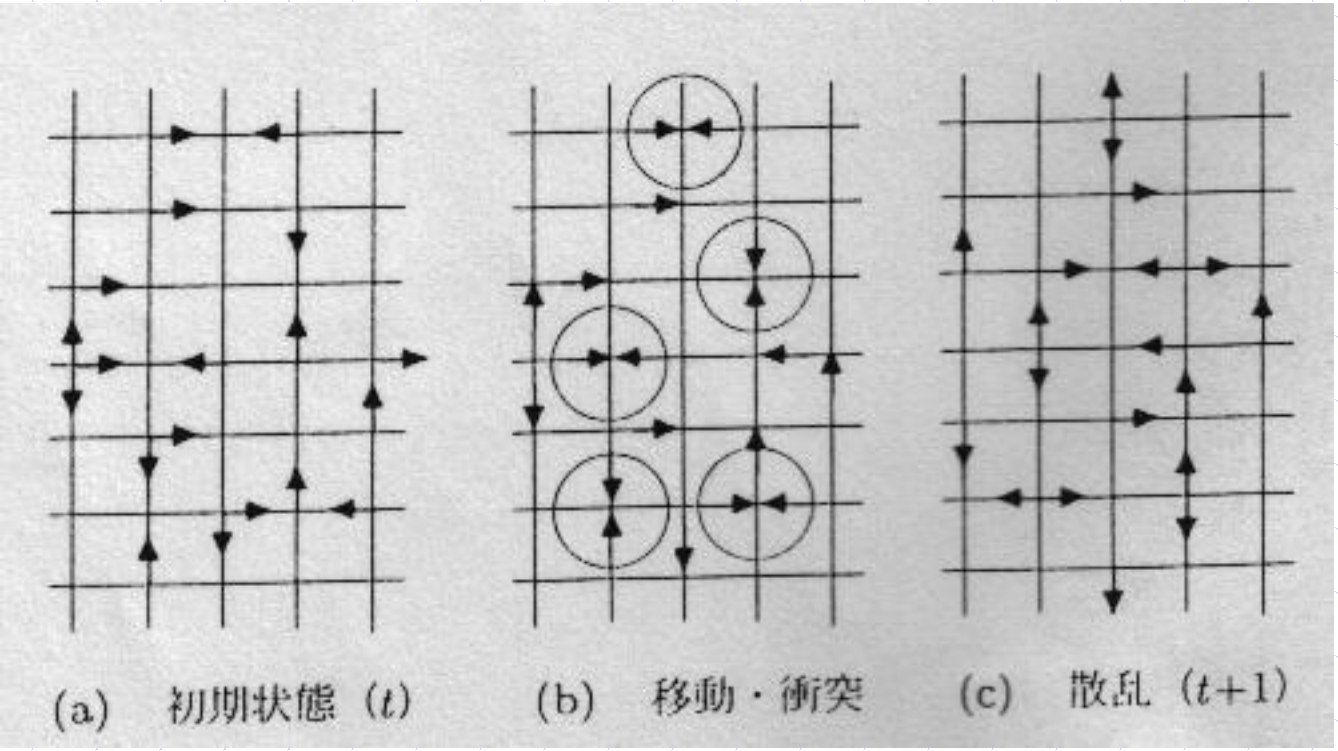
HPPモデル

- 1973: Hardy，Pomeau，dePazzis
- 正方形



- 衝突規則
  - 正面衝突のみ
  - 衝突後は90度方向を変える

HPPモデルによる衝突例

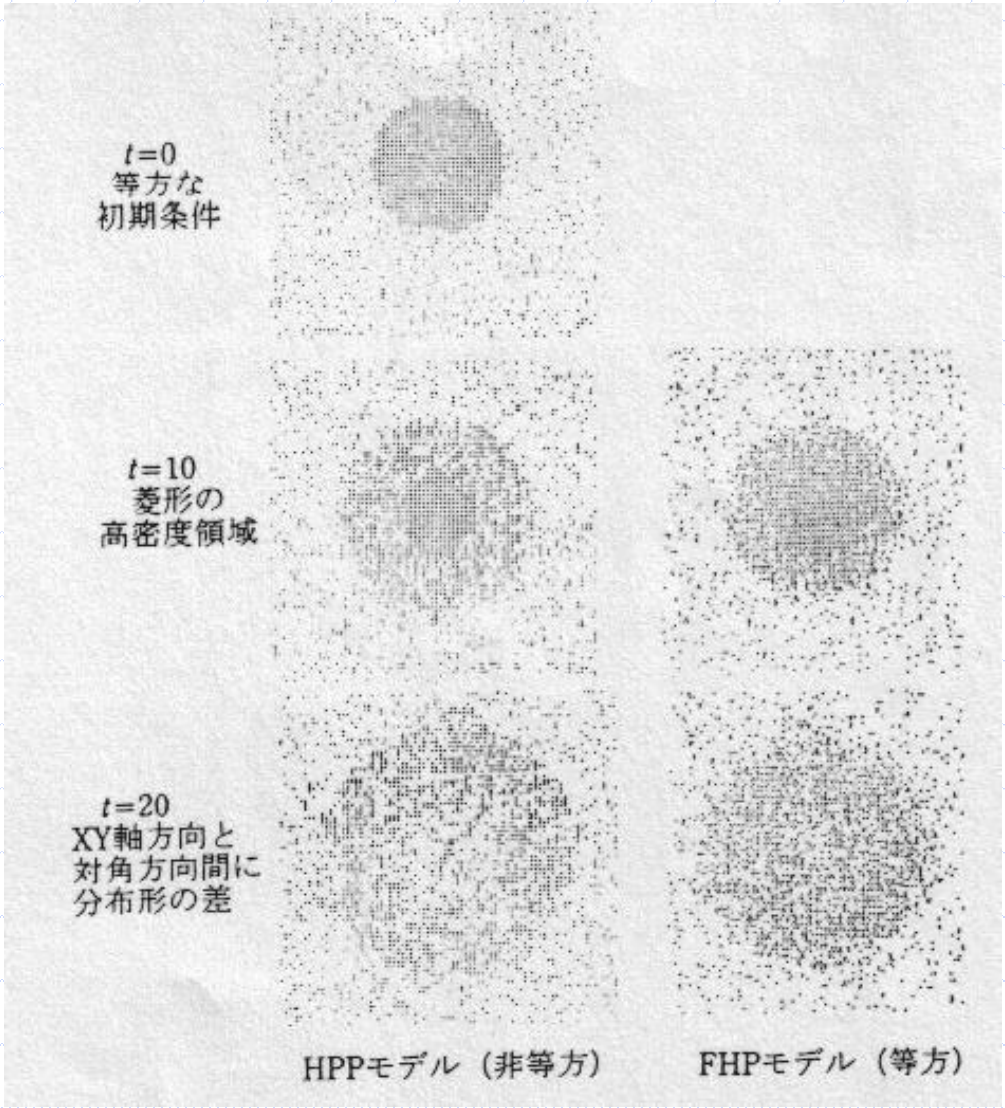


HPPの問題点

- 偽の保存量
- 応力テンソル（圧力）の非等方性

- → 物理的現象との不一致
  - Eg.ナビエストークスの式など

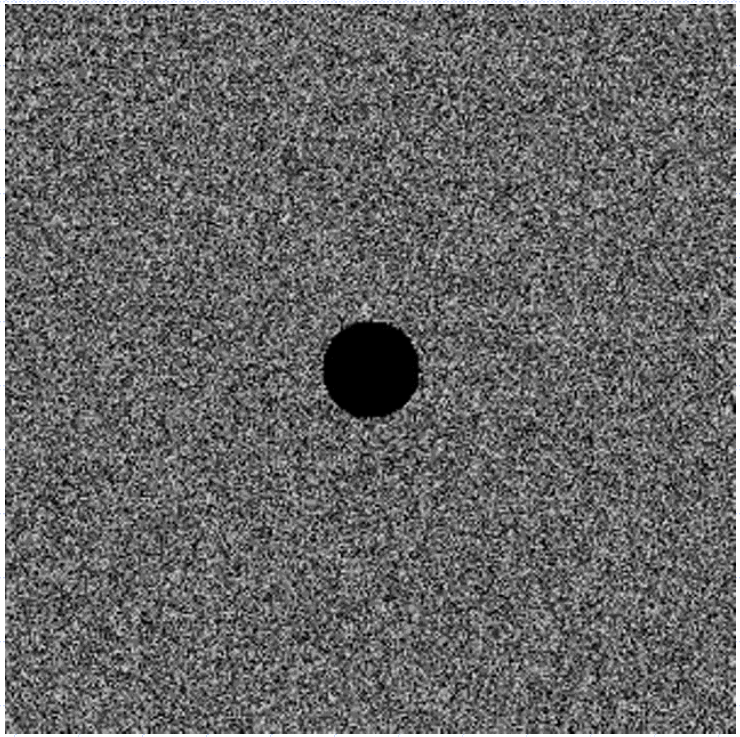
HPPモデルの非等方性

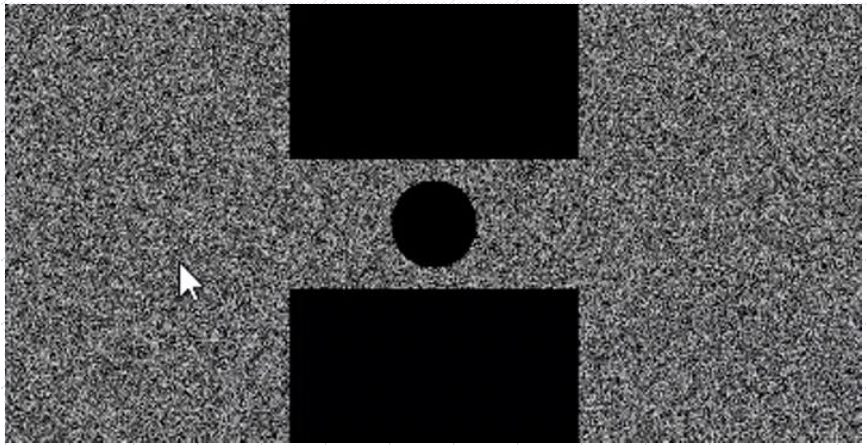


- HPPは非等方だが、FHPは等方性を満たしている

LGAによるシミュレーション

- Swarm　demo





FHPモデル

- Frisch, Hasslacher, Pomeau
- 三角格子の三体衝突

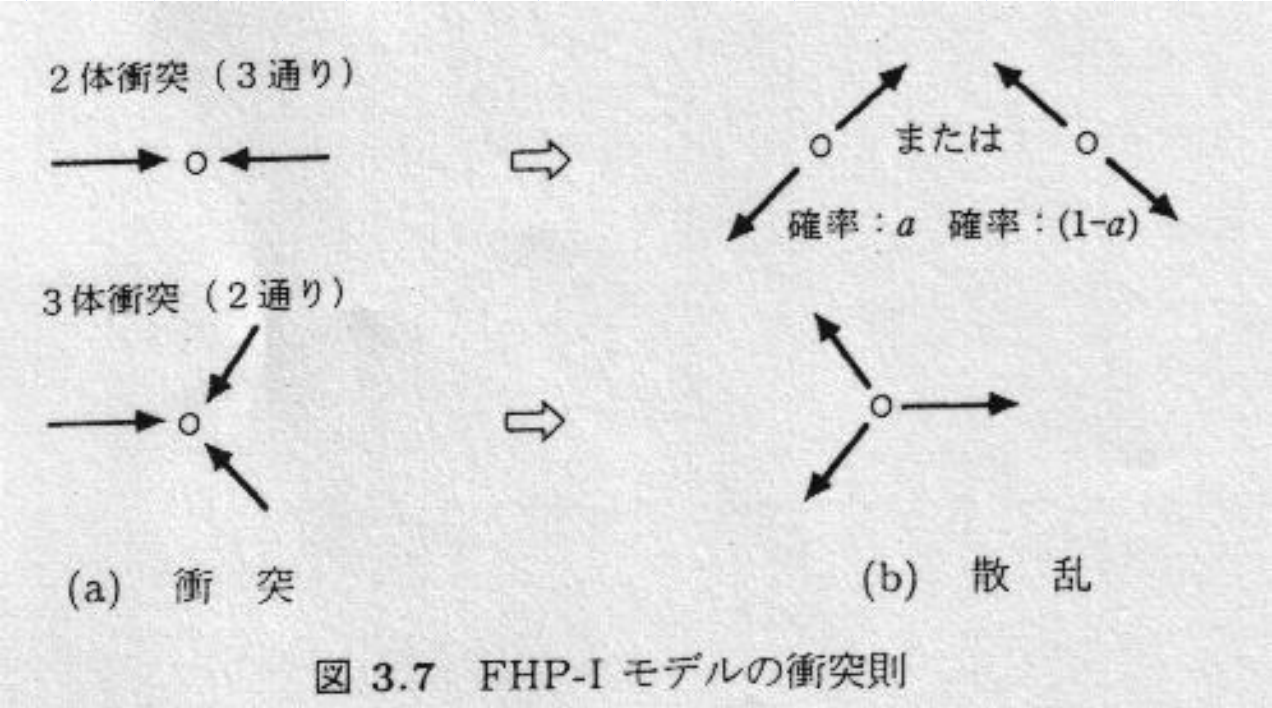
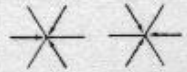
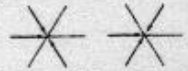
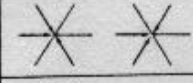
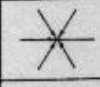


図 3.7 FHP-I モデルの衝突則

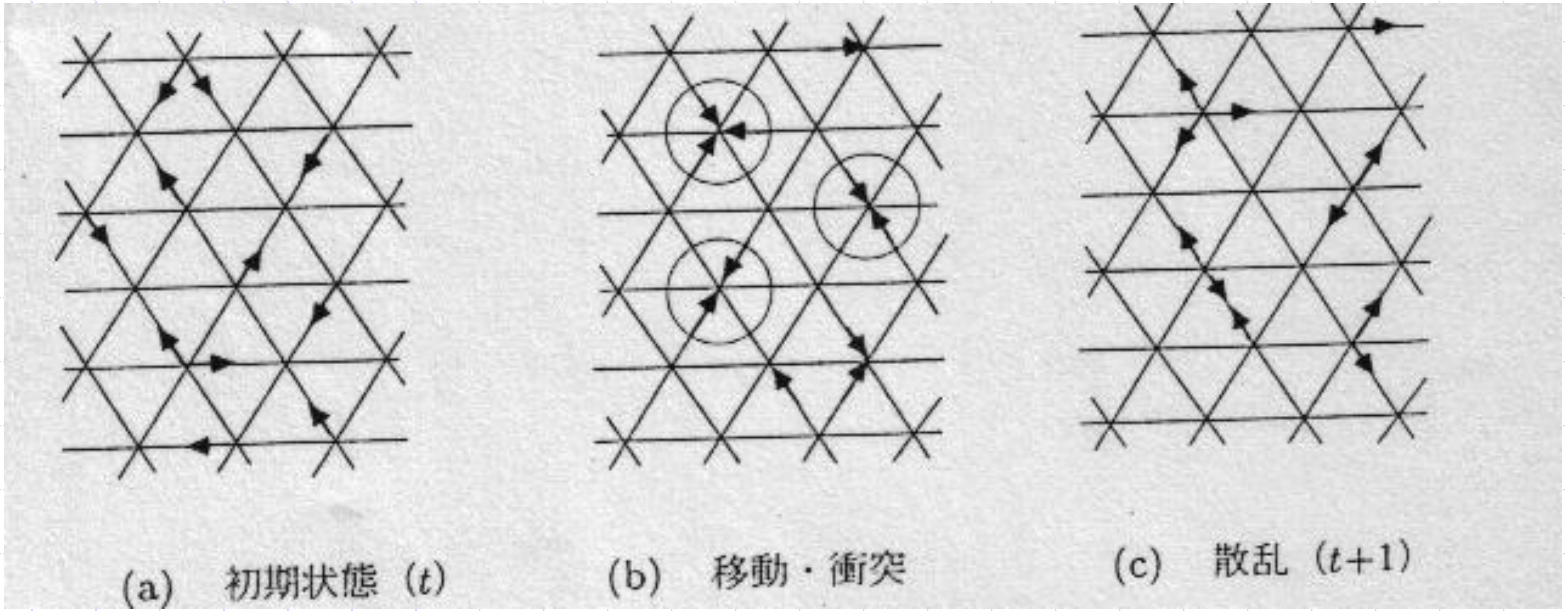
FHP衝突則

表 3.1　FHP-I ～ III モデルの衝突則

粒子数	衝突の分類	衝突の種類数			衝突のパターン
		FHP-I	FHP-II	FHP-III	
2体	2体正面	3	3	3	
	2体		6	6	
	1体＋停止		6	6	
3体	3体対称	2	2	2	
	3体非対称			12	
	2体正面＋停止		3	3	
	2体停止			6	
4体	4体4角			3	
	4体			6	
	3体対称＋停止		2	2	
	3体＋停止			12	
5体	5体			6	
	4体4角＋停止			3	
	4体＋停止			6	
衝突パターンの総数		5	22	76	

注：黒丸は停止粒子を示す．

FHP－Iによる衝突プロセス例



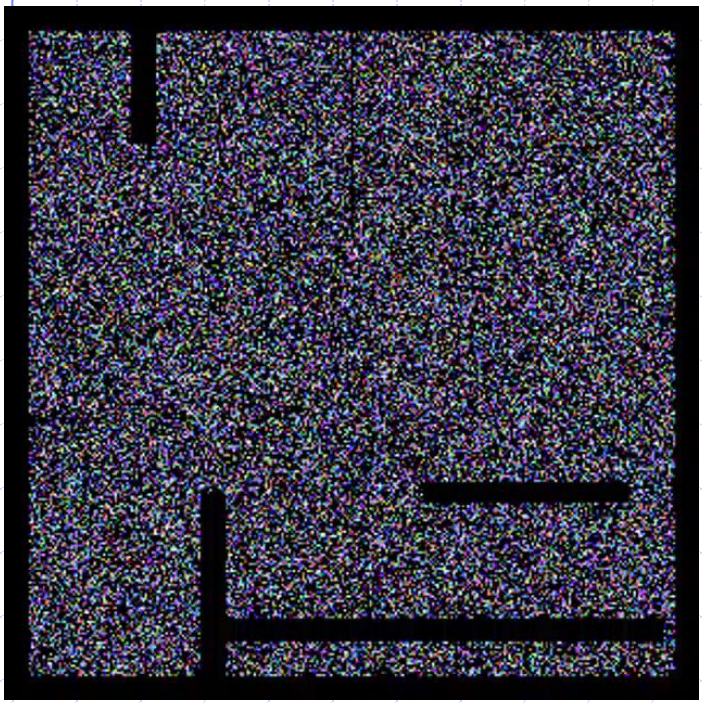
- 円で囲った箇所が衝突し、散乱して方向が変わる。そのほかの箇所では方向を変えずに移動する。

LGAによるシミュレーション

六方格子を二次元配列にマッピングする方法

- Swarm　demo

扇風機と壁による対流の観察



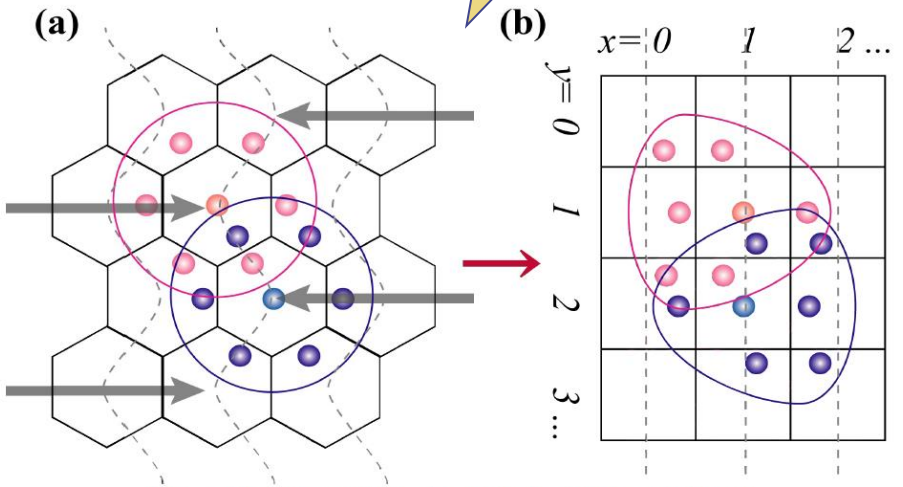
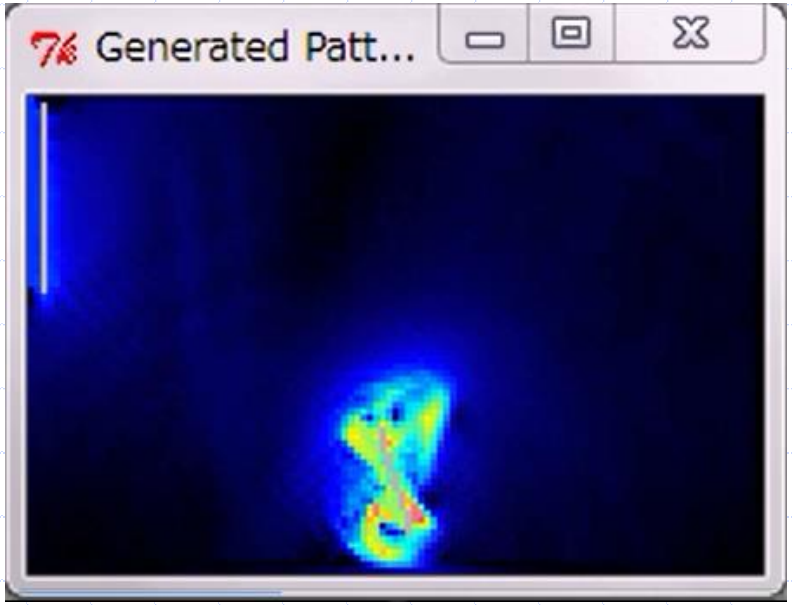


図4　二次元配列への写像　歪んでいるが、大域的には問題ない

LGAによるシミュレーション(2)

- Swarm　demo

  エアコンの設置場所と冷え方



LGAによる流体解析

- 初期条件：各格子での粒子の初期速度
- 境界条件
- 衝突則による各粒子の移動・衝突・散乱
- 平均化操作
- マクロ現象の解析

マクロ現象の解析

- 相分離、相変化
- ミクロエマルジョン：界面活性剤、せっけん
- 熱移動
- 反応・拡散モデル

LGAの利点

- 粒子の状態：Boolean 0 or 1
  - 数値的に安定、丸め誤差がない
- 単純なルール：　繰り返し＋衝突
- 並列処理が可能
- 複雑な境界条件も設定可能
  - 複雑系の解析によい

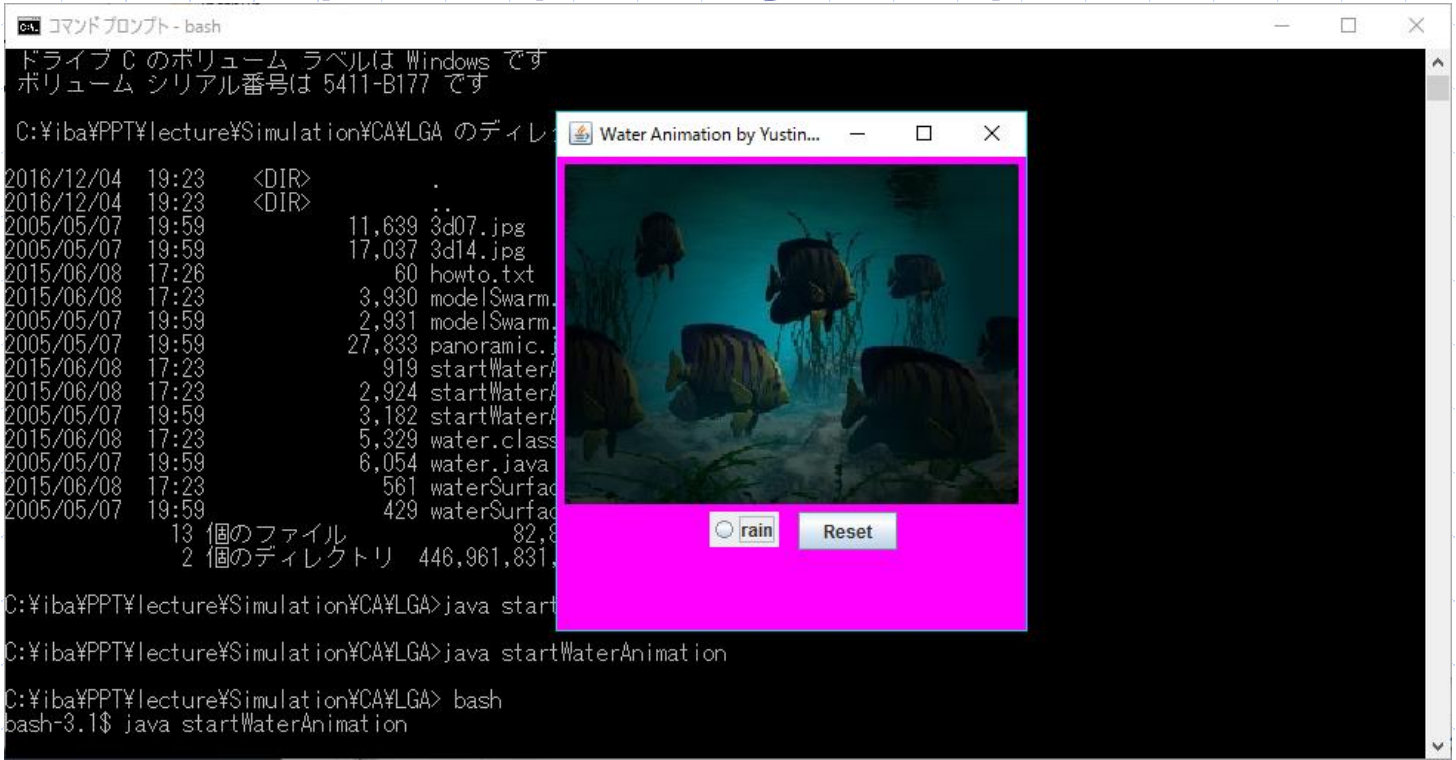
LGAの欠点

- 可視化　0 or 1のみ
  - 適切な物理量
  - 統計的操作？
- 非物理的成分
- 温度などの動的パラメータは？？？

- →格子ボルツマン法
  - 確率的な衝突則

LGAによるシミュレーション

- もうひとつのdemo
- Rain drops keep falling on my head…



生体のパターン形成

- チューリングのモデル
- 形態morpho+形成genesis＝morphogen
- 反応＋拡散：モルフォゲンという化学物質

チューリングのモデル

- 2つのmorphogen
  反応・拡散方程式
  - 活性化X　濃度x
  - 阻害　Y　濃度y

$$\frac{\partial x}{\partial t} = f(x,y) + D_x \Delta x$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = g(x,y) + D_y \Delta y$$

化学反応による生成

拡散による移動

Dx,Dy :拡散係数

Cf:拡散方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

チューリングの仮説

- 以下の条件が満たされるとき、定常的なパターンが生じる

- xの時間変化　yの時間変化

$$\frac{\partial x}{\partial t} > \frac{\partial y}{\partial t}$$

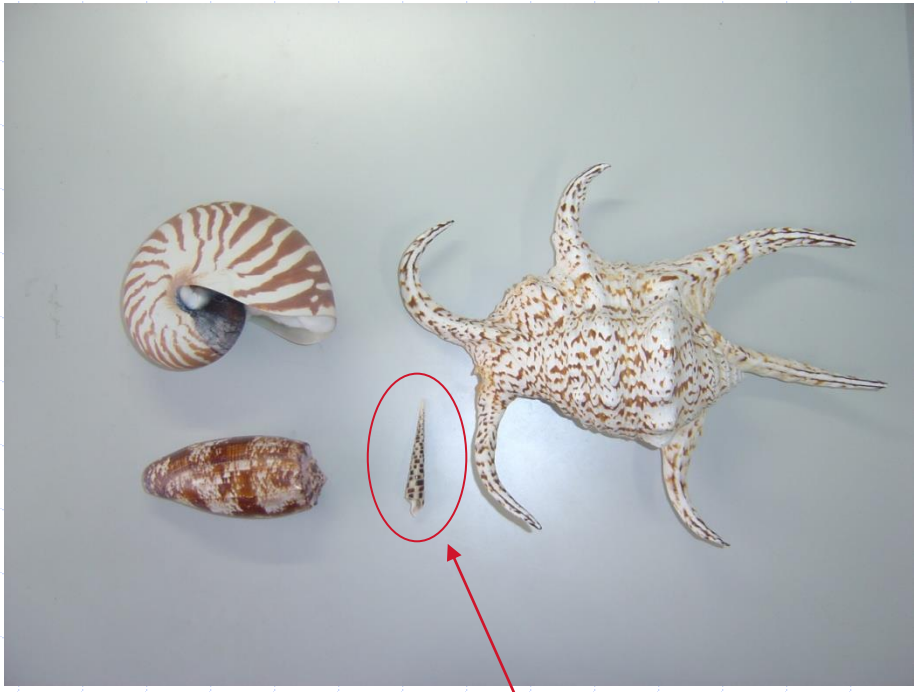
- 　　yの拡散　　xの拡散

$$D_y y > D_x x$$

貝の紋様

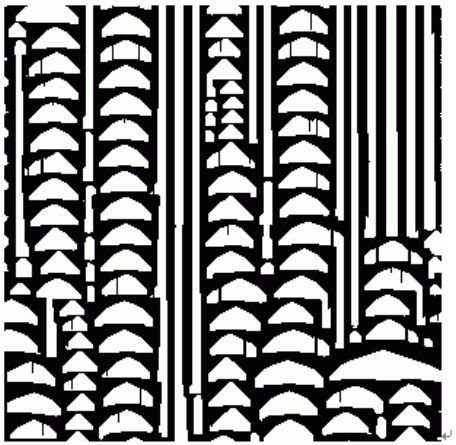
オウムガイ:

PGN, 2005-11

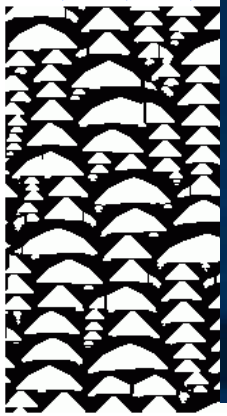


チューリング・モデ
によるシミュレーシ

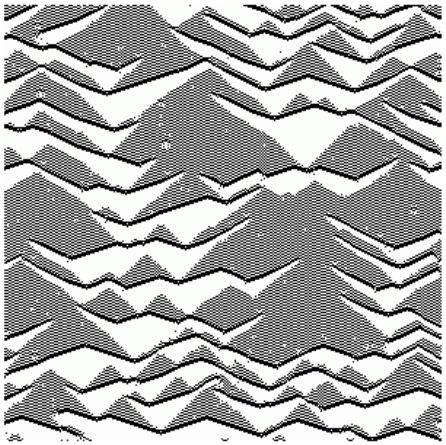
- Swarm demo



h) ru=3,rv=8,w1=2,w2=11,m0=0,m1=0.3,p=0.001

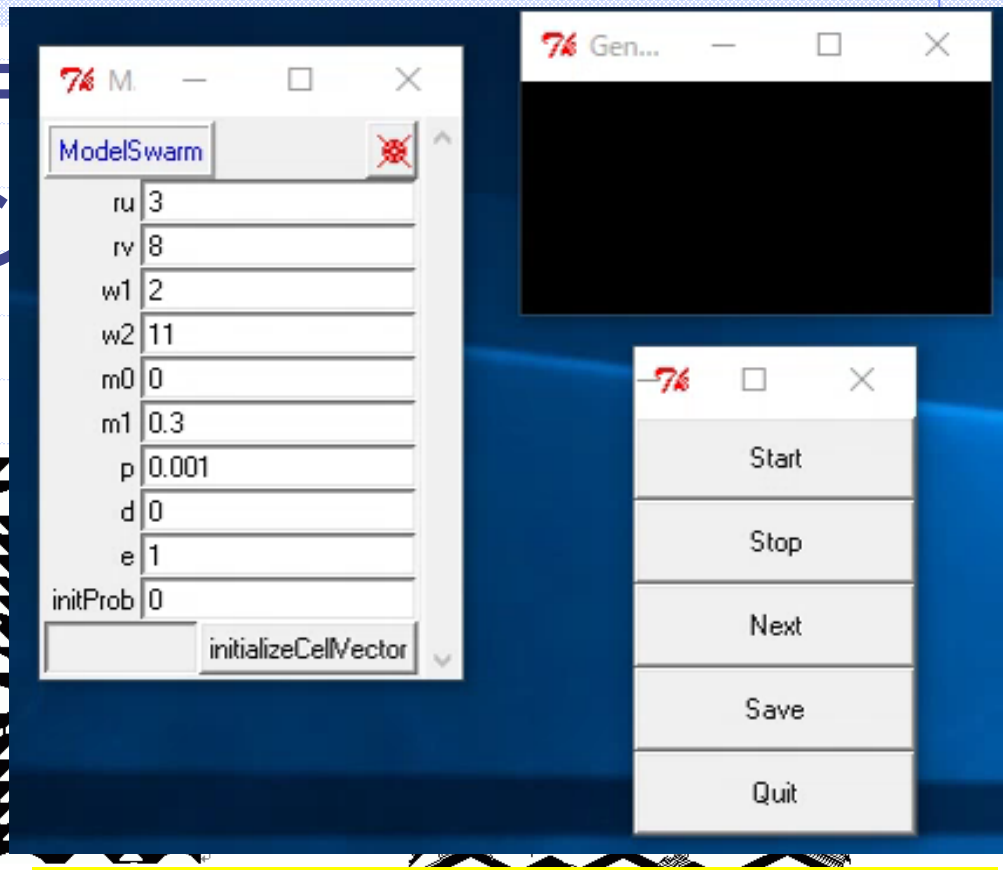


f) ru=3,rv=8,w1=2,w2=11,m



i) ru=3,rv=0,w1=5,w2=12,m0=0,m1=0.22,p=0.004,d=0.19,e=0.0

g) ru=1,rv=23,w1=4,w2=61,



- If v(t)>=1, then v1=[v(t)(1-d)-e], else v1=0
- If u(t)=0, then 確率pで u1=1, 確率1-pで u1=0. else u1=1
- If u1=1, then v2=v1+w1, else v2=v1
- If u1=0 and nu>{m0+m1*v2}, then u2=1, else u2=u1
- v(t+1)={<v2>}
- If v(t+1)>=w2, then u(t+1)=0, else u(t+1)=u2

熱帯魚の紋様の変化

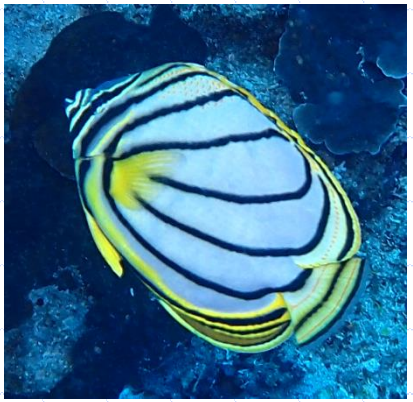
幼魚　6cm

若魚　15cm

成魚　20cm

タテジマキンチャクダイ

幼魚　3cm



成魚　15cm

オウギチョウチョウウオ

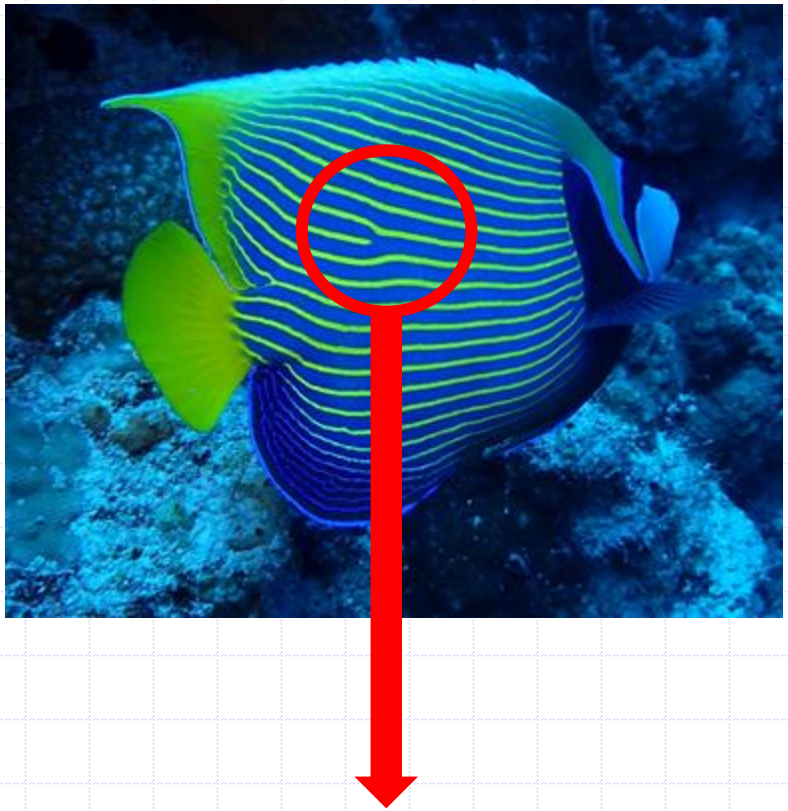
模様の再組織化

幼魚　6cm

若魚　15cm

成魚　20cm

タテジマキンチャクダイ



- 模様の複雑な再編成もチューリングモデルで説明できる
- すじが増えていく＝ジッパーを下すように引き裂く

Turing modelの最近の研究

- マウスの口腔内の盛り上がりパターン
  - チューリングのプロセスにより制御されている
  - モルフォゲン
    - 繊維芽細胞成長因子
    - ソニックヘッジホッグ

哺乳類の3種類の相同遺伝子の1つ。
ショウジョウバエで見つかった。
この遺伝子が正常でないと、ヤマアラシ（ヘッジホッグ）のように毛が多くなる。
発見者がファンだった家庭用ゲーム機セガのキャラクター「ソニック・ザ・ヘッジホッグ」から名づけられた。

Periodic stripe formation by a Turing-mechanism operating at growth zones in the mammalian palate

Andrew D. Economou[1], Atsushi Ohazama[1], Thantrira Porntaveetus[1], Paul T. Sharpe[1], Shigeru Kondo[2], M. Albert Basson[1], Amel Gritli-Linde[3], Martyn T. Cobourne[1], and Jeremy B.A. Green[*,1]

[1]Department of Craniofacial Development, King's College London, Guy's Tower, London SE1 9RT, UK

[2]Graduate School of Frontier Bioscience

[3]Department of Oral Biochemistry, Sahlg 450, SE-40530, Göteborg, Sweden

Abstract

We present direct evidence of an activat spaced transverse ridges of the palate. W Sonic hedgehog (*Shh*) expression, appea previously laid-down rugae increases. H stripes still appear when growth is inhib expression appears, not at the cut edge b *Shh* stripe, diagnostic of a Turing-type r experiments identify Fibroblast Growth system. These findings demonstrate a re vertebrate development.

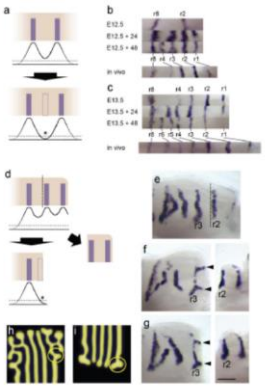


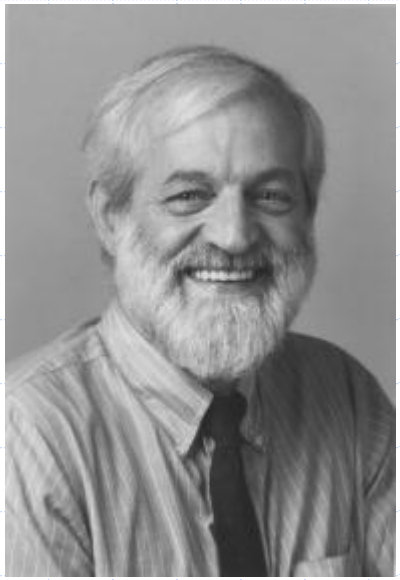
Figure 2. Rugal stripe patterning size-scales with growth inhibition and branches when an established stripe is excised

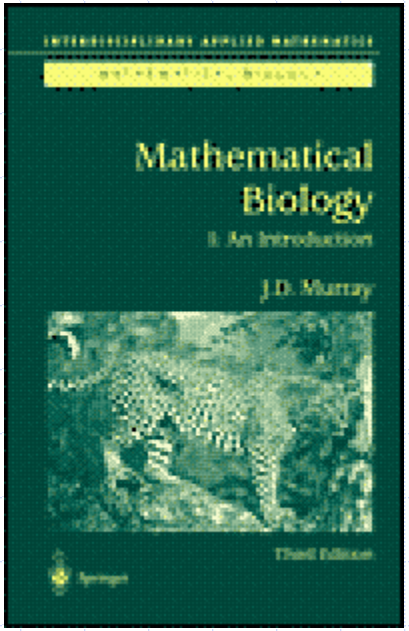
Regularly spaced structures, from vertebrae to hair follicles to the stripes on a zebrafish, are

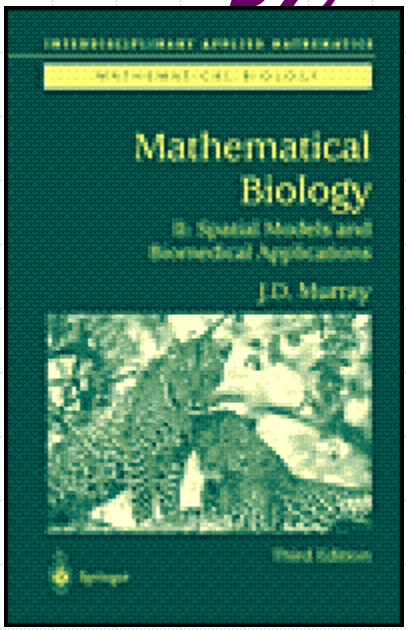
Periodic stripe formation by a Turing mechanism operating at growth zones in the mammalian palate,
Andrew D Economou, Atsushi Ohazama, Thantrira Porntaveetus, Paul T Sharpe, Shigeru Kondo, M Albert Basson, Amel Gritli-Linde, Martyn T Cobourne, Jeremy B A Green
Nature Genetics、volume 44, pages348–351 (2012)

マレーの理論

James Murray
(author of books: ***Mathematical Biology***)





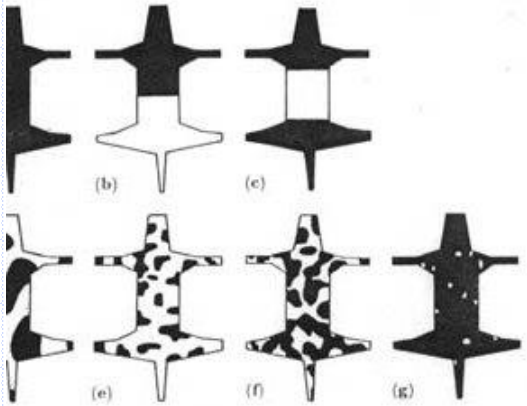


University of Washington, Seattle
Oxford University, Oxford
http://www.amath.washington.edu/people/faculty/murray/

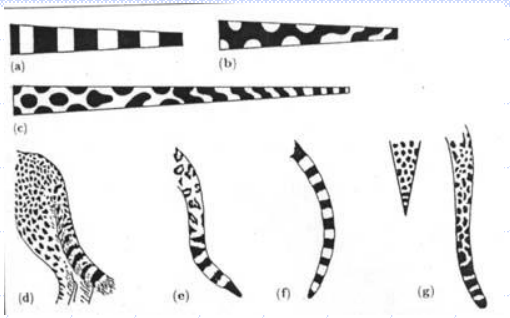
マレーの理論

- 2つの数値パラメータを変えることで、自然界に見られるあらゆる動物の毛皮模様を再現できる
- 模様が斑点になるか縞になるかは、皮膚の中の化学反応のタイミングによる
- よって、動物の毛皮模様の違いは、数学的な規則の結果である

$$U_t = D_U \Delta U + a - U - \rho R(U,V),$$
$$V_t = D_V \Delta V + c(b - V) - \rho R(U,V),$$
$$\text{where } R(U,V) = \frac{dUV}{e + fU + gU^2}.$$



マレーの理論



- 皮膚の面積が非常に小さかったり、非常に大きかったりすると、模様は一切出ない。
- 広さが大きすぎず小さすぎず、形が長かったり細かったりすると、その形の長径に直交するような縞がでる。

例：シマウマ　　妊娠初期に、4週間にわたって胎児が長い鉛筆のような形をしている時期が続く。この時期に化学反応がおこるので、縞模様となる。

- 全体が正方形に近いときには斑点が出る。

例：ヒョウ　　胎児がかなり丸いときに化学反応が起こるので、斑点ができる。　尾はちがう。胎児の成長のあいだ、おは長い鉛筆のよう中たちなので、尾は縞模様となる。

マレーの理論からの予測

定理1：ヘビは常に縞模様（輪）であって、斑点模様はない

マレーの理論からの予測

定理2：縞模様の胴体で斑点の尾の動物はいない。
一方、斑点の胴体で縞模様の尾の動物はいる。

Cheetah (upper), Okapi (lower)

Tiger (upper), Leopard (lower)

マレーの理論

定理2：縞模様の胴体で斑点の尾の動物はいない。
一方、斑点の胴体で縞模様の尾の動物はいる。

これは進化論的には説明できない！！

（定理の証明）

多くの動物の胚は、まるい胴体と細い尻尾からなっている。

尻尾が丸くて胴体が細い胎児は、存在しない。

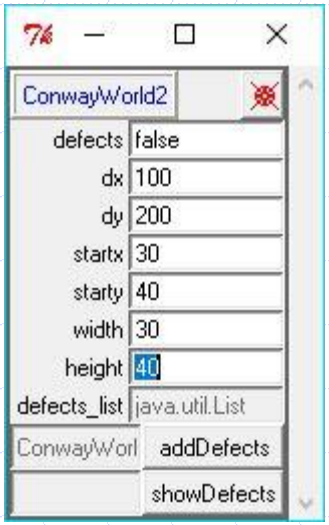
ベロウソフ・ザボチンスキー反応 (Belousov-Zhabotinsky reaction)

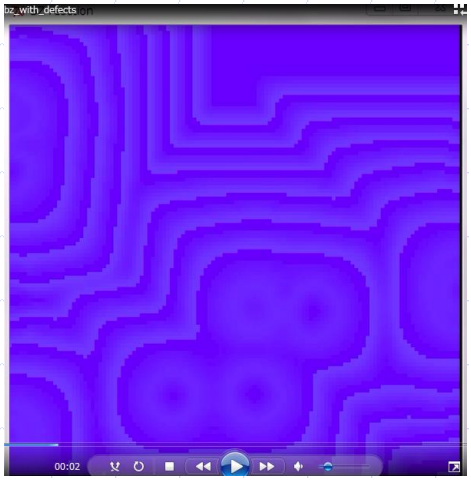
表 5.1　BZ 反応のオルゴネーター・モデルによる反応機構 (12)

(R1)	$HOBr + Br^- + H^+$	$\rightleftharpoons$	$Br_2 + H_2O$
(R2)	$HBrO_2 + Br^- + H^+$	$\rightarrow$	$2HOBr$
(R3)	$BrO_3^- + Br^- + 2H^+$	$\rightarrow$	$HBrO_2 + HOBr$
(R4)	$2HBrO_2$	$\rightarrow$	$BrO_3^- + HOBr + H^+$
(R5)	$BrO_3^- + HBrO_2 + H^+$	$\rightleftharpoons$	$2BrO_2\cdot + H_2O$
(R6)	$BrO_2\cdot + Ce^{3+} + H^+$	$\rightleftharpoons$	$HBrO_2 + Ce^{4+}$
(R7)	$BrO_2\cdot + Ce^{4+} + H_2O$	$\rightarrow$	$BrO_3^- + Ce^{3+} + 2H^+$
(R8)	$Br_2 + CH_2(COOH)_2$	$\rightarrow$	$BrCH(COOH)_2 + Br^- + H^+$
(R9)	$6Ce^{4+} + CH_2(COOH)_2 + 2H_2O$	$\rightarrow$	$6Ce^{3+} + H(COOH) + 2CO_2 + 6H^+$
(R10)	$4Ce^{4+} + BrCH(COOH)_2 + 2H_2O$	$\rightarrow$	$Br^- + 4Ce^{3+} + H(COOH) + 2CO_2 + 5H^+$

ザボチンスキー反応

- Swarm　demo





自己触媒作用

- BZ反応の産物である分子の1つが、さらにBZ反応の生成物が作られるのを促進する
- 自己を増幅する正のフィードバック

- ロトカ・ボルテラ系

ザボチンスキー反応（3）

攪拌すると、溶液全体の色が周期的・振動的に変化する

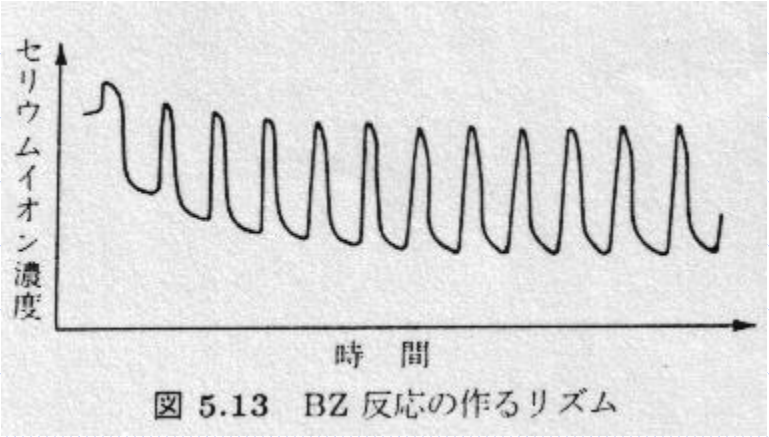


図 5.13　BZ 反応の作るリズム

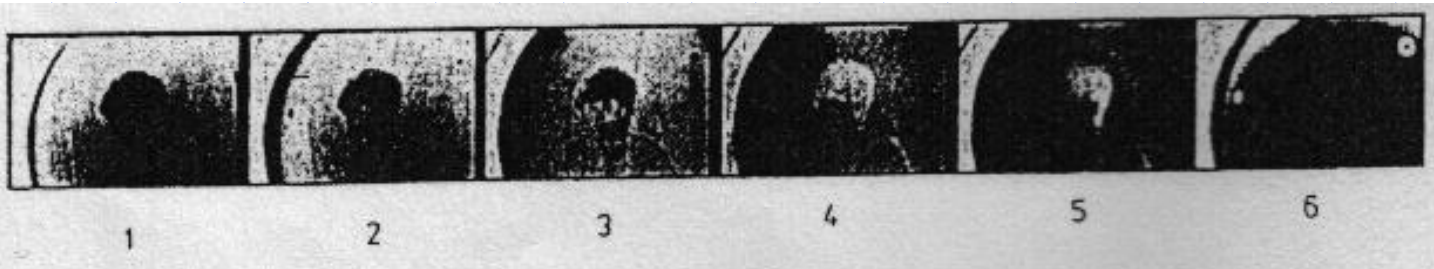


図 5.14　光によって促進される BZ 反応 (13)

ルテニウムイオンを触媒とする BZ 反応では光によって反応が促進される．この系に写真のネガフィルムを通した光を照射すると，フィルムに写された映像が BZ 反応によって出現・消滅を繰り返す．

ザボチンスキ

【BZ反応】茨城県の女子高生らが新たな化学現象を大発見！米専門誌に論文が掲載

コメント(2)・TB(0) | +1 0 いいね！ 12 B! 0 ツイート 25

1 ：春デブリ@ ★：2013/11/17(木) 19:51:37.49 ID:

部活リケジョ、「化学」大発見、米誌に掲載へ

茨城県の女子高生らが新たな化学現象を発見し、権威のある米専門誌に論文が掲載されることが決まった。

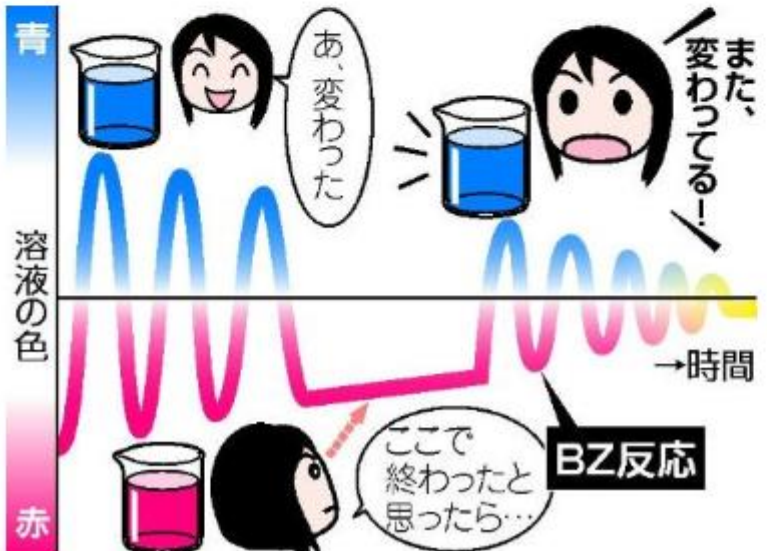
専門家は「高校生の論文掲載は世界的な快挙。今後は彼女らの実験結果を、プロの化学者が後追い研究することになるだろう」とたたえている。

茨城県立水戸第二高の数理科学同好会に所属し、今春までに卒業した小沼瞳さん（１９）ら５人で、２００８年２月の金曜日、「ＢＺ反応」という実験を行った。酸化と還元の反応を繰り返すことにより、水溶液の色が赤と青に交互に変わる。

その日、水溶液の色は想定通り赤で動かなくなった。メンバーは器具を片付けないままカラオケへ。ところが月曜日に実験室に戻ると、液は黄色くなっていた。

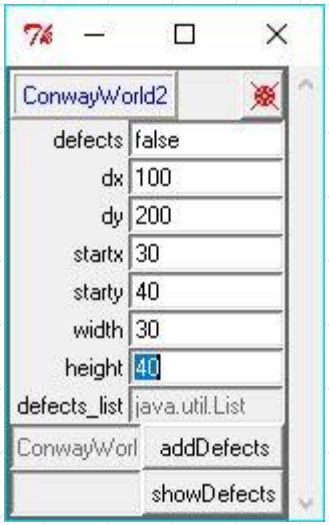
予想外のことで、観察を繰り返した結果、赤青の変化が一度止まった後、突然、始まった。全く知られていない現象だったが、試薬の条件が整えば、５～２０時間後に変化が再開することを突き止めた。

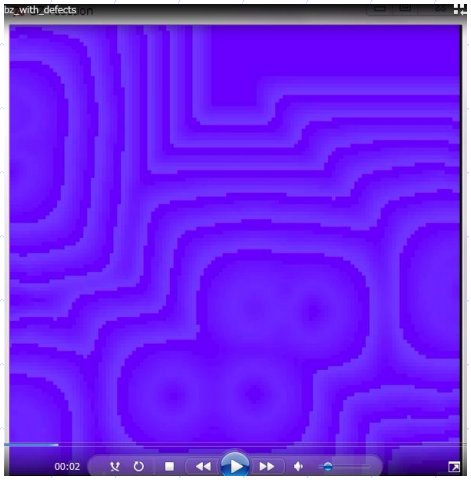
この記事のソース



ザボチンスキー反応

- Swarm　demo





BZ反応のためのCAモデル

- 各セルの状態：0,1,…, n
  - 0 健康
  - 1,2, …, n-1　感染
  - n 病気
- 更新規則　　n_t時刻tでの状態

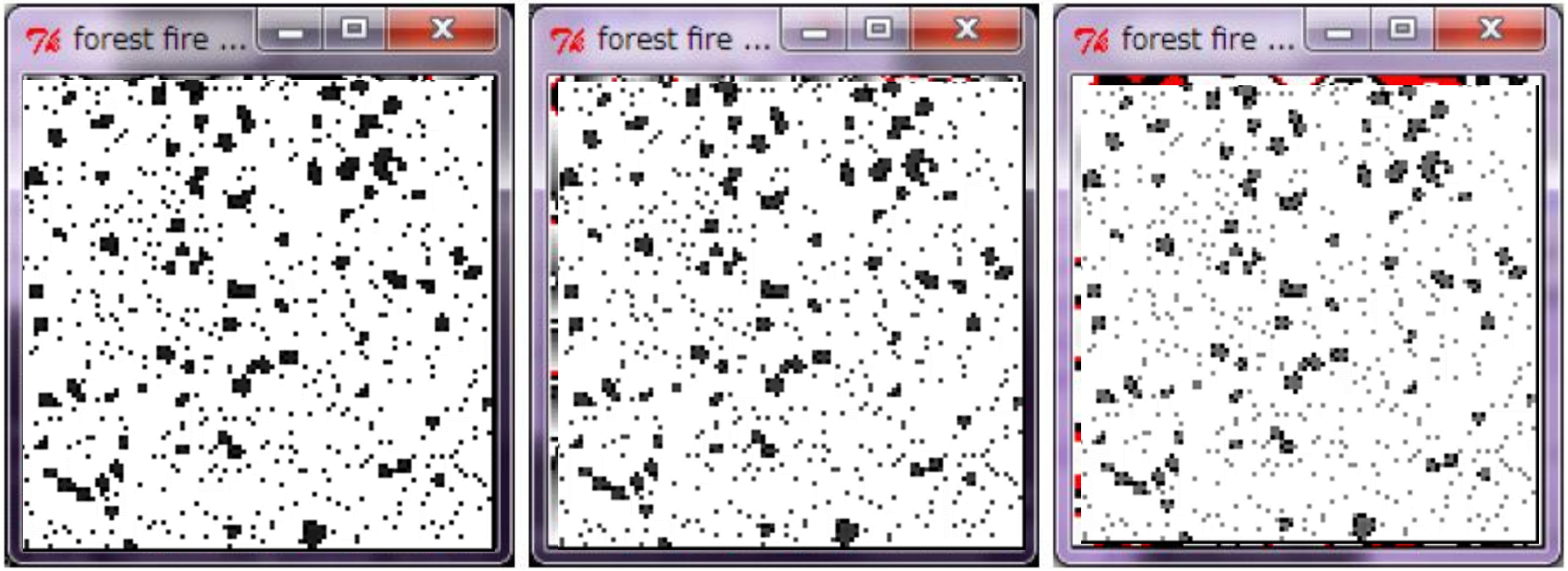
0	1	0
3	1	2
1	0	0

s = 1 + 1 + 1+ 2 + 3 = 8
a = 3
b = 1

$$n_{t+1} = \begin{cases} \dfrac{a_t}{k_1} + \dfrac{b_t}{k_2} & \text{健康：} n_t = 0 \text{ のとき} \\ \dfrac{s_t}{a_t + b_t + 1} + g & \text{感染：} 1 < n_t < n-1 \text{ のとき} \\ 0 & \text{病気：} n \leq n_t \text{のとき} \end{cases}$$

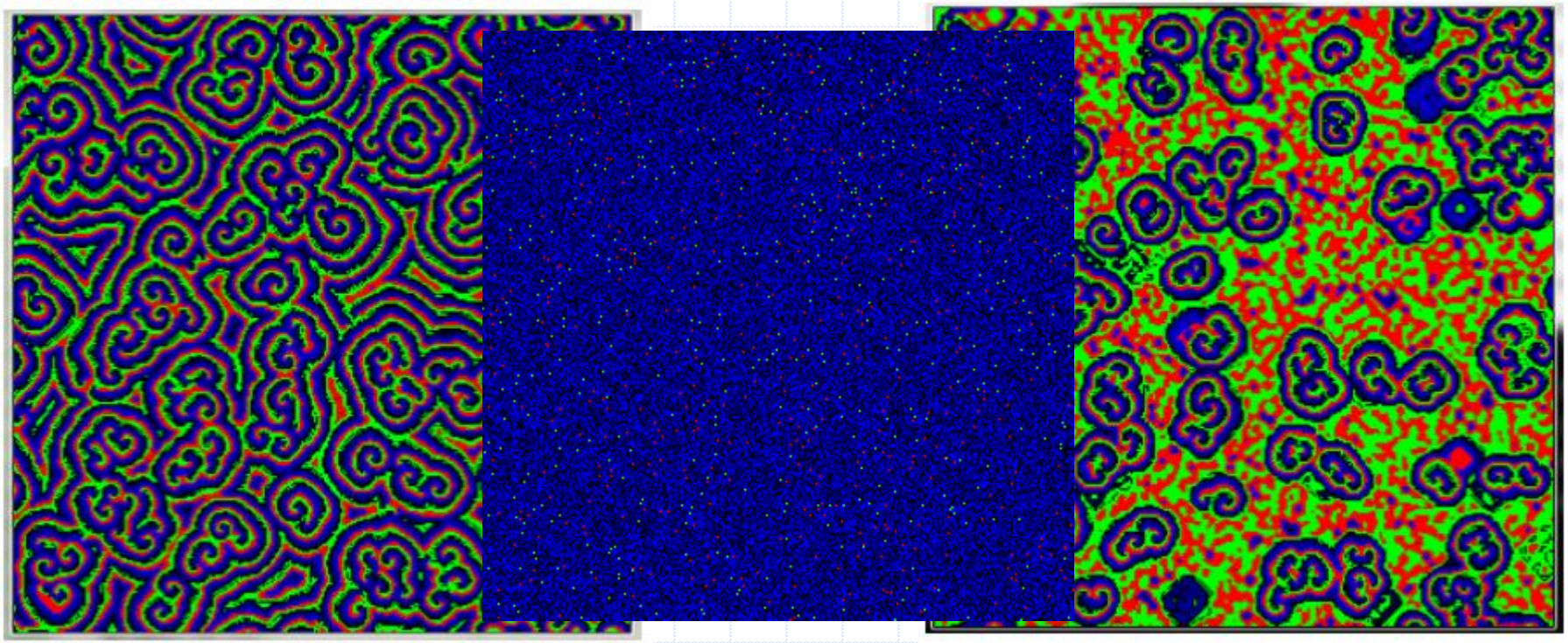
- a_t隣接する感染したセル数
- b_t隣接する病気のセル数
- s_t隣接するセルと自分の状態の合計

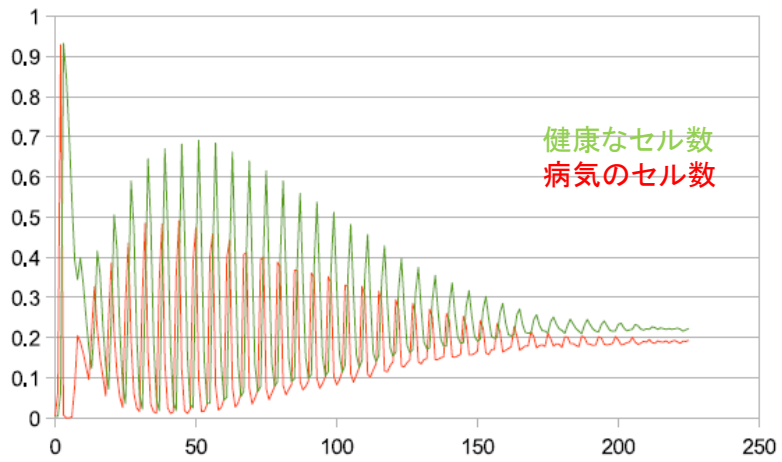
BZ反応のシミュレータ(1)



(a) g=10
(b) g=5
(c) g=2.5

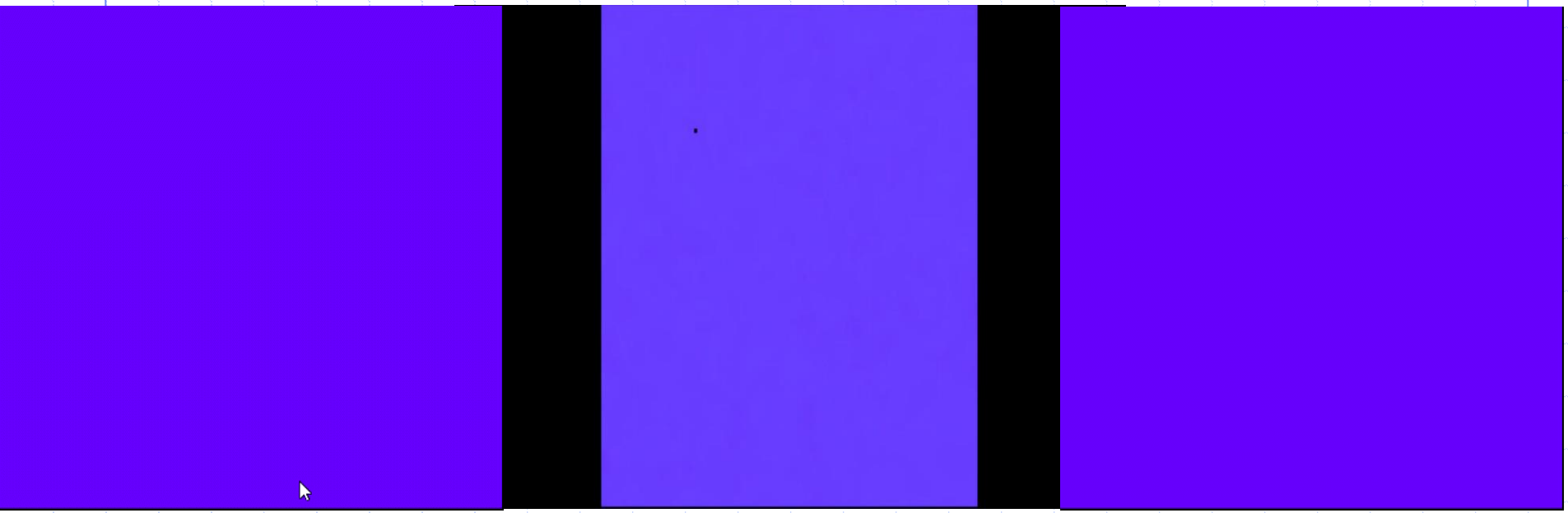
BZ反応のシミュレータ(2)





ムーア近傍,
g=70

BZ反応のシミュレータ(3)



(a) 障害物なし　　(b) 点の障害物　　(c) 壁の障害物

BZ反応と散逸構造

- 散逸構造　　⇔　平衡状態、結晶状態
  - 平衡から離れた状態で生じる空間的・時間的構造
  - 熱、エネルギー、化学反応などの流れが存在するときに生じる動的なも構造
- イリヤ・プリゴジン　（1917—2003）
  - ロシア出身のベルギーの化学者・物理学者
  - 1977年のノーベル化学賞
  - エントロピー生成極小原理

BZ反応と散逸構造

- BZ反応のミクロ・マクロ
- マクロレベル
  - マクロの振動やパタン
- ミクロレベル
  - 非線形振動子の引き込み

- キュリー・プリゴジンの原理
  - BZ反応では局所反応が当方的
  - よって、ミクロとマクロの相互作用は起こらない